

# Propozycje oczekiwanych osiągnięć uczniów po realizacji poszczególnych działów programowych

Dział programowy	Przewidywane osiągnięcia ucznia
1. Wielomiany	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wykonywanie działań na wielomianach</li> <li>– obliczanie pierwiastków wielomianu</li> <li>– sprawdzanie, czy liczba jest pierwiastkiem wielomianu</li> <li>– rozkładanie wielomianu na czynniki</li> <li>– rozwiązywanie prostych równań wielomianowych</li> <li>– zastosowanie równań wielomianowych do rozwiązywania zadań tekstowych (również z matematyki stosowanej)</li> </ul>
2. Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych</li> <li>– wyznaczanie: dziedziny wyrażeń wymiernych oraz dziedziny i miejsc zerowych niektórych funkcji wymiernych</li> <li>– posługiwanie się wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi,</li> <li>– szkicowanie hiperboli i omawianie jej własności</li> <li>– rozwiązywanie prostych równań wymiernych</li> <li>– zastosowanie równań wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych (również z matematyki stosowanej)</li> </ul>
3. Ciągi liczbowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozumienie ciągu i jego własności</li> <li>– wyznaczanie wyrazów ciągu określonego wzorem ogólnym</li> <li>– badanie monotoniczności ciągu</li> <li>– badanie, czy ciąg jest arytmetyczny, czy geometryczny</li> <li>– wyznaczanie ciągu arytmetycznego i geometrycznego</li> <li>– obliczanie sum częściowych ciągu arytmetycznego i geometrycznego</li> <li>– rozwiązywanie zadań o ciągu arytmetycznym i geometrycznym</li> <li>– zastosowanie własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego do rozwiązywania różnych problemów z matematyki stosowanej, w tym z matematyki finansowej</li> </ul>
4. Elementy geometrii płaszczyzny	<ul style="list-style-type: none"> <li>– poznanie pierwotnych pojęć planimetrii</li> <li>– definiowanie i rysowanie podstawowych figur geometrycznych</li> <li>– rozumienie pojęcia odległości</li> <li>– znajomość wzajemnego położenia okręgu i prostej oraz dwóch okręgów wraz z zastosowaniem do rozwiązywania zadań</li> <li>– znajomość i umiejętność zastosowania w zadaniach twierdzenia o kątach w okręgu</li> <li>– znajomość i rozpoznawanie: osi i środka symetrii figur (w tym symetrycznej odcinka i dwusiecznej kąta) oraz wielokątów foremnych</li> <li>– klasyfikowanie trójkątów i czworokątów</li> <li>– umiejętność obliczania pól i obwodów trójkątów i czworokątów</li> <li>– znajomość własności elementów trójkątów i umiejętność zastosowania ich w zadaniach</li> <li>– znajomość i posługiwanie się w zadaniach warunkami: wpisywania okręgu w czworokąt i opisywania okręgu w czworokącie</li> <li>– rozpoznawanie figur przystających i figur podobnych</li> <li>– znajomość i stosowanie w zadaniach cech przystawiania i cech podobieństwa trójkątów</li> <li>– znajomość i zastosowanie w zadaniach twierdzenia Talesa oraz odwrotnego do niego i wniosków z twierdzenia Talesa</li> <li>– wykorzystywanie trygonometrii do rozwiązywania zadań z planimetrii</li> <li>– wykorzystywanie wiadomości i umiejętności geometrycznych do rozwiązywania praktycznych problemów z otaczającej rzeczywistości i życia codziennego</li> </ul>

Dział programowy	Przewidywane osiągnięcia ucznia
5. Geometria analityczna	<ul style="list-style-type: none"> <li>- znajomość równań prostej na płaszczyźnie oraz warunków równoległości i prostopadłości prostych</li> <li>- analityczne badanie wzajemnego położenia dwóch prostych na płaszczyźnie</li> <li>- wyznaczanie równania prostej prostopadłej i prostej równoległej do danej</li> <li>- obliczanie: odległości punktów, odległości punktu od prostej oraz odległości prostych równoległych</li> <li>- znajomość równania okręgu</li> <li>- wyznaczanie równania okręgu</li> <li>- badanie wzajemnego położenia dwóch okręgów</li> <li>- zastosowanie analitycznego opisu położenia w praktyce</li> </ul>

# Plan wynikowy

Liczba godzin w tygodniu: 3.

Temat lekcji – zagadnienie	Numer lekcji	Wymagania edukacyjne (P – wymagania podstawowe, PP – wymagania ponadpodstawowe) Uczeń potrafi:
<b>1. Wielomiany (17 godz.)</b>		
Pojęcie wielomianu stopnia $n$ . Równość wielomianów	1.–2.	– podać przykład wielomianu stopnia $n$ (P) – porządkować, porównywać wielomiany (P) – obliczać wartość wielomianu (P) – wyznaczać parametry, dla których wielomiany są równe (PP)
Działania na wielomianach	3.–4.	– dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany (P) – określać stopień sumy, różnicy i iloczynu wielomianów (P)
Pojęcie pierwiastka wielomianu	5.–6.	– sprawdzić, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu (P) – obliczać pierwiastki niektórych wielomianów (P)
Rozkład wielomianu na czynniki	7.–8.	– rozłożyć wielomian na czynniki poprzez: grupowanie wzorów i wyłączenie przed nawias wspólnego czynnika (P), stosowanie wzorów skróconego mnożenia stopnia drugiego i trzeciego (P) oraz stosowanie twierdzenia Bézouta (P)
Równania wielomianowe – przykłady i ćwiczenia	9.–10.	– rozpoznać równanie wielomianowe (P) – wiedzieć, kiedy pewna liczba jest pierwiastkiem danego równania (P) – sprawdzać, czy dana liczba spełnia równanie ((P) – rozwiązać proste (P) i bardziej skomplikowane (PP) równania wielomianowe
Zastosowanie równań wielomianowych do rozwiązywania zadań tekstowych	11.–15.	– określić dane i szukane w zadaniu tekstowych (P) – zbudować model (PP) – rozwiązać zbudowane równanie w prostym (P) i bardziej skomplikowanym (PP) przypadku
Praca klasowa i jej omówienie	16.–17.	
<b>2. Funkcje wymierne (23 godz.)</b>		
Wyrażenia wymierne i ich dziedziny	18.	– rozpoznać wyrażenia wymierne (P) – znać sposób wyznaczania dziedziny wyrażenia wymiernego (P) – wyznaczać dziedzinę prostego (P) i bardziej skomplikowanego (PP) wyrażenia wymiernego
Obliczanie wartości liczbowej wyrażeń wymiernych	19.	– rozumieć, dla których liczb można obliczać wartość liczbową danego wyrażenia wymiernego (P) – obliczać wartość liczbową prostego (P) i bardziej skomplikowanego (PP) wyrażenia wymiernego
Skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych	20.–21.	– określić, na czym polega skracanie i rozszerzanie wyrażeń wymiernych (P) – skracać i rozszerzać proste (P) i bardziej skomplikowane (PP) wyrażenia wymierne
Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych	22.–23.	– wypowiedzieć jak się mnoży i dzieli wyrażenia wymierne (P) – mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne

Temat lekcji – zagadnienie	Numer lekcji	Wymagania edukacyjne (P – wymagania podstawowe, PP – wymagania ponadpodstawowe) Uczeń potrafi:
Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych	24.–25.	– sprowadzać wyrażenia wymierne – proste (P) i bardziej skomplikowane (PP) do wspólnego mianownika
Wykonywanie działań na wyrażeniach wymiernych – ćwiczenia	26.–27.	– określić kolejność wykonywania działań (P) – wykonywać działania łączne na prostych (P) i bardziej skomplikowanych (PP) wyrażeniach wymiernych
Funkcja wymierna postaci $f(x) = \frac{a}{x}$ , $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , jej dziedzi­na i własności	28.–29.	– rozpoznać funkcję wymierną (P) – wyznaczyć dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (P) – szkicować wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ (P) – odczytywać podstawowe własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ na podstawie wykresu
Wielkości odwrotnie proporcjonalne	30.–31.	– rozpoznać wielkości odwrotnie proporcjonalne (P) – posługiwać się wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi (P)
Szkicowanie hiperboli i oznaczanie jej wielkości	32.–33.	– rozpoznać hiperbolę i jej asymptotę (P) – narysować hiperbolę w przypadkach prostych (P) i bardziej skomplikowanych (PP) – odczytywać z wykresu podstawowe własności (P)
Równania wymierne – przykłady i ćwiczenia	33.–35.	– rozpoznać równanie wymierne (P) – sprawdzać, czy dana liczba spełnia równanie (P) – rozwiązać proste (P) i bardziej złożone (PP) równania wymierne
Zastosowanie równań wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych	36.–38.	– określić dane i szukane w zadaniach tekstowych (P) – zbudować model (PP) – rozwiązać zbudowane równanie w prostym (P) i bardziej skomplikowanym (PP) przypadku
Praca klasowa i jej omówienie	39.–40.	
<b>3. Ciągi liczbowe (19 godz.)</b>		
Pojęcie ciągu liczbowego	41.	– określić, co to jest ciąg liczbowy (P) – obliczać wybrane wyrazy ciągu na podstawie wzoru (P) – obliczać, który wyraz jest równy danej liczbie (PP)
Monotoniczność ciągu	42.	– rozpoznać ciąg monotoniczny (P) – badać monotoniczność ciągu (PP)
Wykresy i własności ciągów liczbowych	43.	– szkicować wykres ciągu (P) – odczytywać z wykresu własności ciągu (P)
Ciąg arytmetyczny – definicja, własności i wzór ogólny	44.–45.	– rozpoznać ciąg arytmetyczny (P) – podać definicję ciągu arytmetycznego (PP) – stwierdzić, od czego zależy monotoniczność ciągu arytmetycznego (PP) – wyznaczać wyrazy ciągu ze wzoru ogólnego (P)

Temat lekcji – zagadnienie	Numer lekcji	Wymagania edukacyjne (P – wymagania podstawowe, PP – wymagania ponadpodstawowe) Uczeń potrafi:
Suma $n$ początkowych wyrazów	46.–47.	– obliczać sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (P) – wyprowadzić wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (PP)
Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągu arytmetycznego	48.–49.	– określić dane i szukane w zadaniach tekstowych (P) – zbudować model, dobierając odpowiednie wzory (PP) – rozwiązywać np. zbudowany układ równań
Ciąg geometryczny – definicja, własności i wzór ogólny	50.–51.	– rozpoznać ciąg geometryczny (P) – podać definicję ciągu geometrycznego (PP) – stwierdzić, od czego zależy monotoniczność ciągu geometrycznego (PP) – wyznaczyć wyrazy ciągu ze wzoru ogólnego (P)
Suma $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	52.–53.	– obliczać sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (P) – wyprowadzać wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (PP)
Rozwiązywanie zadań dotyczących ciągu geometrycznego	54.–55.	– określić dane i szukane w zadaniach tekstowych (P) – zbudować model, dobierając odpowiednie wzory (PP) – rozwiązać np. zbudowany układ równań (P)
Zastosowanie ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach	56.–57.	– określić dane i szukane w zadaniach (P) – dobrać stosowne wzory na ciąg arytmetyczny i geometryczny (P) – zbudować model, np. układ równań (PP) – rozwiązać prosty (P) lub bardziej skomplikowany (PP) układ warunków
Praca klasowa i jej omówienie	58.–59.	
<b>4. Elementy geometrii płaszczyzny (29 godz.)</b>		
Podstawowe pojęcia planimetrii	60.	– określić pojęcia pierwotne i podać definicje pojęć definiowalnych (P) – rozróżnić rodzaje kątów (P) – rozróżnić rodzaje łamanych (P) – rozróżnić rodzaje wielokątów (P)
Odległość punktów i jej własności	61.	– określić odległość punktów na płaszczyźnie (P) – wymienić własności odległości (P) – posługiwać się odległością punktów (P)
Okrąg i jego długość. Koło i jego pole	62.–63.	– określić okrąg i koło oraz wskazać środek okręgu, promień, średnicę i cięciwę (P) – obliczyć długość okręgu i pole koła (P)
Wzajemne położenie dwóch okręgów na płaszczyźnie	64.	– omówić wzajemne położenie dwóch okręgów na płaszczyźnie (P) – określić warunki wzajemnego położenia okręgów i posługiwać się nimi w zadaniach (PP)
Wzajemne położenie okręgu i prostej na płaszczyźnie	65.	– omówić wzajemne położenie prostej i okręgu na płaszczyźnie (P) – określić warunki wzajemnego położenia prostej i okręgu (P) oraz wykorzystać je do rozwiązywania zadań (PP)
Kąty związane z okręgiem	66.–67.	– omówić kąty związane z okręgiem (P) – omówić zależność miarową kąta środkowego i wpisanego (P) oraz zastosować w zadaniach (PP) – sformułować twierdzenia i je udowodnić (PP)

Temat lekcji – zagadnienie	Numer lekcji	Wymagania edukacyjne (P – wymagania podstawowe, PP – wymagania ponadpodstawowe) Uczeń potrafi:
Symetrie na płaszczyźnie	68.–69.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić symetrię osiową i środkową oraz figury osiowo- i środkowosymetryczne (P)</li> <li>– znaleźć obrazy punktów w symetriach (P)</li> <li>– określić symetralną odcinka i dwusieczną kąta (P) wraz z twierdzeniami o ich własnościach (PP)</li> <li>– rozwiązać proste (P) i bardziej skomplikowane zadanie (PP) o symetriach</li> </ul>
Trójkąty, ich własności, rodzaje i wzory na pole	70.–71.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– omówić klasyfikację trójkątów (P)</li> <li>– omówić ważne elementy w trójkącie (P)</li> <li>– obliczać pole trójkąta (P)</li> <li>– sformułować i udowodnić twierdzenia o własnościach trójkątów (PP) wraz z zastosowaniem do zadań (PP)</li> </ul>
Czworokąty, ich własności, rodzaje i wzory na pole	72.–73.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– omówić klasyfikację czworokątów (P)</li> <li>– wymienić własności poszczególnych czworokątów (PP)</li> <li>– zastosować własności czworokątów w zadaniach (PP)</li> <li>– obliczyć pola wielokątów (P)</li> </ul>
Czworokąt opi- sany na okręgu	74.–75.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić czworokąt opisany na okręgu (P)</li> <li>– określić warunki opisania czworokąta na okręgu (P)</li> <li>– rozwiązywać proste (P) i bardziej złożone (PP) zadania o czworokącie opisanym na okręgu</li> </ul>
Czworokąt wpisany w okrąg	76.–77.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić czworokąt wpisany w okrąg (P)</li> <li>– określić warunek wpisania czworokąta w okrąg (P)</li> <li>– rozwiązać proste (P) i bardziej złożone (PP) zadania o czworokącie wpisanym w okrąg</li> </ul>
Figury przystające i figury podobne	78.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić i odróżnić figury przystające i figury podobne (P)</li> <li>– wskazać figury przystające i podobne (P)</li> <li>– rozwiązać proste (P) i bardziej złożone (PP) zadania o figurach przystających i podobnych</li> </ul>
Cechy przysta- wania i cechy podobieństwa trójkątów	79.–80.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wymienić cechy przystawania i cechy podobieństwa trójkątów (P)</li> <li>– rozpoznać trójkąty przystające i trójkąty podobne (P)</li> <li>– rozwiązać proste (P) i bardziej skomplikowane (PP) zadania o trójkątach przystających i podobnych</li> </ul>
Różne zastoso- wanie cech przystawania i podobieństwa trójkątów	81.–82.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wykorzystać cechy przystawania i cechy podobieństwa trójkątów w zadaniach praktycznych (P)</li> <li>– rozwiązywać różne proste (P) i bardziej skomplikowane (PP) problemy z otaczającej rzeczywistości</li> </ul>
Twierdzenie Talesa, jego wnioski i twier- dzenie odwrotne	83.–84.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– omówić wraz rysunkiem twierdzenie Talesa i jego wnioski (P)</li> <li>– sformułować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa (PP)</li> <li>– zastosować twierdzenia w prostych i bardziej złożonych zadaniach (PP)</li> </ul>
Związek twierdzenia Talesa z podo- bieństwem	85.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić związek twierdzenia Talesa z podobieństwem (P)</li> <li>– rozwiązać proste (P) i bardziej skomplikowane (PP) problemy praktyczne</li> </ul>
Różne zastoso- wanie twierdze- nia Talesa	86.–87.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zastosować twierdzenie Talesa i twierdzenia pokrewne do rozwiązywania różnych prostych (P) i bardziej skomplikowanych (PP) zadań praktycznych</li> </ul>
Zastosowanie trygonometrii do rozwiązywa- nia zadań z planimetrii	88.–89.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– sporządzić odpowiedni z oznaczeniami rysunek do zadania (P)</li> <li>– wypisać dane i szukane (P)</li> <li>– wskazać fragmenty rysunku, w których można zastosować funkcje trygonometryczne (P)</li> <li>– wykonać stosowne obliczenia i rozwiązać zadnie z planimetrii (PP)</li> </ul>

Temat lekcji – zagadnienie	Numer lekcji	Wymagania edukacyjne (P – wymagania podstawowe, PP – wymagania ponadpodstawowe) Uczeń potrafi:
Praca klasowa i jej omówienie	90.–91.	
<b>5. Geometria analityczna (17 godz.)</b>		
Równanie ogólne i kierunkowe prostej	92.–93.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zapisać równanie ogólne i kierunkowe prostej na płaszczyźnie (P)</li> <li>– odczytać współczynniki w danym równaniu ogólnym i kierunkowym prostej (P)</li> <li>– przekształcać równanie ogólne w kierunkowe i na odwrot (P)</li> </ul>
Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty	94.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– podstawić współrzędne dwóch punktów na płaszczyźnie do równania prostej przechodzącej przez dwa punkty (P)</li> <li>– zbudować równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dwa punkty (PP)</li> </ul>
Wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie	95.–96.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zilustrować geometrycznie różne przypadki wzajemnego położenia prostych na płaszczyźnie (P)</li> <li>– określić liczbę punktów wspólnych dwóch narysowanych prostych (P)</li> <li>– zbadać analitycznie wzajemne położenie dwóch punktów na płaszczyźnie (PP)</li> </ul>
Warunki równoległości i prostopadłości prostych	97.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić warunki równoległości i prostopadłości prostych o równaniach kierunkowych (P) i ogólnych (PP)</li> <li>– zbadać równoległość i prostopadłość prostych zadanych równaniami kierunkowymi (P) i ogólnymi (PP)</li> </ul>
Zastosowanie warunków równoległości i prostopadłości w zadaniach	98.–99.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– napisać równanie kierunkowe (P) lub ogólne (PP) prostej równoległej i prostopadłej do danej równaniem: kierunkowym (P) lub ogólnym (PP)</li> <li>– zastosować warunki równoległości i prostopadłości prostych w zadaniach z planimetrii (PP)</li> </ul>
Odległość dwóch punktów na płaszczyźnie we współrzędnych i jej zastosowanie w zadaniach	100.–101.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić pojęcie odległości dwóch punktów (P)</li> <li>– obliczyć ze wzoru odległość dwóch punktów danych współrzędnych (P)</li> <li>– zastosować analityczny wzór na odległość dwóch punktów do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (PP)</li> </ul>
Odległość punktu od prostej w ujęciu analitycznym	102.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić pojęcie odległości punktu od prostej (P)</li> <li>– obliczyć ze wzoru odległość punktu od prostej (P)</li> <li>– zastosować analityczny wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (PP)</li> </ul>
Odległość prostych równoległych w ujęciu analitycznym	103.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określić pojęcie odległości dwóch prostych równoległych (P)</li> <li>– obliczyć ze wzoru odległość dwóch prostych równoległych (P)</li> <li>– zastosować analityczny wzór na odległość prostych równoległych do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej (PP)</li> </ul>
Równanie okręgu	104.–106.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznać równanie okręgu (P)</li> <li>– wyznaczyć środek i promień okręgu (P)</li> <li>– wyznaczyć równanie okręgu (PP)</li> <li>– badać wzajemne położenie dwóch okręgów (PP)</li> </ul>
Praca klasowa i jej omówienie	107.–108.	