

## 8. Szczegółowy opis realizacji programu (zakres podstawowy)

### Klasa I

#### ALGEBRA

### I. Elementy logiki matematycznej

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągnięcia celów NAUCZYCIEL:
1. Zdania	Pojęcie zdania w logice, wartościowanie zdania, funkcjory zdaniotwórcze, zdania złożone, wartościowanie zdań złożonych.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje przykłady zdań w sensie logicznym i zdań, które takimi nie są (WP)*.</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ocenia wartość logiczną tych zdań (UP)**;</li> <li>– tworzy zdania złożone i je wartościuje (UP).</li> </ul>	Wybiera z listy rozmaitych zdań zdania logiczne i ocenia ich wartość logiczną; uczeń poznaje zdania złożone (konjunkcję, alternatywę, implikację, równoważność) i dedukuje ich wartościowanie na podstawie przykładów takich zdań złożonych.
2. Negacja zdania (zaprzeczenie)	Negacje zdania prostego i zdań złożonych.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– tworzy zaprzeczenia zdań prostych i zdań złożonych (UP).</li> </ul>	Wyrabia i ćwiczy u uczniów umiejętność zaprzeczania zdań, odwolując się do konkretnych przykładów takich zdań i ich zaprzeczeń.
3. Tautologie (prawa rachunku zdań)	Podstawowe prawa rachunku zdań (prawa de Morgana, prawo podwójnej negacji, prawo sprzeczności i wyłączonego środka, prawo negacji implikacji, prawo kontrapozycji).	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– sprawdza metodą zero-jedynkową tautologiczność wyrażań (UP).</li> </ul>	Podaje podstawowe prawa rachunku zdań i ich dowody metodą zero-jedynkową.
4. Formy zdaniowe proste i złożone	Definicja formy zdaniowej prostej – przykłady i formy zdaniowe złożone, dziedzina formy zdaniowej.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– omawia określenie formy zdaniowej i jej dziedziny (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje przykłady form zdaniowych (UP).</li> </ul>	Podaje definicję formy zdaniowej i jej dziedziny oraz przykłady; tworzy formy zdaniowe złożone.
5. Kwantyfikatory, zdania z kwantyfikatorami i ich negacja	Poznanie kwantyfikatorów: ogólnego i szczegółowego; zdania z kwantyfikatorami i ich negacja.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ocenia wartość logiczną zdania z kwantyfikatorem oraz układu zaprzeczenia (UPP)***.</li> </ul>	Zapoznaje uczniów z kwantyfikatorami i używaniem ich do zapisu zdań; ocenia wartość logiczną zdań z kwantyfikatorem oraz tworzy negacje takich zdań.

\* WP – wiadomości podstawowe \*\* UP – umiejętności podstawowe \*\*\* UPP – umiejętności ponadpodstawowe

\*\*\* UPP – umiejętności ponadpodstawowe

## II. Rachunek zbiorów

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Zbiory i działania na nich	Pojęcie zbioru; przykłady zbiorów; relacja należenia i zawierania; działania: iloczyn, sumy i różnicy zbiorów.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje przykłady zbiorów (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– porównuje zbiory (UP);</li> <li>– wykonuje działania na zbiorach (UP).</li> </ul>	Akcentuje, że pojęcie zbioru, relacja należenia do zbioru, to pojęcia pierwotne; uczniowie podają przykłady zbiorów, ustalają relacje między zbiorami, wykonują działania na podanych zbiorach itp.
2. Prawa działań na zbiorach	Poznanie praw rachunku zbioru; prawa przemienności koniunkcji i alternatywy, prawa łączności koniunkcji i alternatywy, prawa rozdzielności alternatywy względem koniunkcji i koniunkcji względem alternatywy; prawa de Morgana.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– sprawdza słuszność podanych praw działań na zbiorach (UPP) (przynajmniej na tzw. diagramach Venne'a (UP)).</li> </ul>	Podaje prawa rachunku zbiorów; uczniowie sprawdzają je na diagramach Venne'a, (w miarę możliwości) odwolując się do odpowiednich praw rachunku zdań.

## III. Rachunek algebraiczny

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Ćwiczenia w działaniach na ułamkach	Działania łączne na ułamkach w obliczaniu wartości wyrażeń; rozwiązywanie równań o współczynnikiem ułamkowych; rozwiązywanie zadań tekstowych.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ćwiczy sprawność rachunkową w działaniach na ułamkach (UP).</li> </ul>	Wykonuje wiele ćwiczeń w działaniach na ułamkach; rozwiązuje zadania tekstowe.
2. Obliczenia procentowe	Obliczanie procentu danej liczby; wyznaczanie liczby, gdy dany jest jej procent; obliczanie, jakim procentem danej liczby jest inna liczba.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– utrwała pojęcie procentu (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje obliczenia procentowe w zadaniach z życia codziennego (oprocentowania kredytu, oszczędności, obniżki i podwyżki cen itp.) (UP).</li> </ul>	Przypomina pojęcie procentu; zamienia ułamki na procenty i odwrotnie; wykonuje obliczenia procentowe w zadaniach nawiązujących do życia codziennego.

3. Potęgowanie i pierwiastkowanie liczb rzeczywistych	Przypomnienie pojęcia potęgi o wykładniku całkowitym oraz pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej, a także własności działań na potęgach i na pierwiastkach.	Wiadomości: – definiuje potęgę liczby rzeczywistej o wykładniku naturalnym i całkowitym (WP); – definiuje pierwiastek arytmetyczny (WP). Umiejętności: – omawia własności działań na potęgach i pierwiastkach (UP).	Podaje definicję potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym oraz własności działań na potęgach (z dowodem niektórych z nich), a także definicję pierwiastka i własności działań na pierwiastkach.
4. Ćwiczenia w działaniach na potęgach i pierwiastkach	Ćwiczenia i przykłady na obliczanie potęgi oraz pierwiastków.	Umiejętności: – podnosi do potęgi liczby rzeczywiste (UP); – wyciąga pierwiastki z liczb rzeczywistych (UP).	Przypomina definicje potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym, pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej, własności działań na potęgach i pierwiastkach, przekształcanie wyrażeń z potęgami i pierwiastkami.
5. Wzory skróconego mnożenia, przekształcanie wyrażeń algebraicznych	Wzory skróconego mnożenia typu: $(a \pm b)^n$ , dla $n = 2, 3$ ; $a^n - b^n$ , dla $n = 2, 3$ ; $a^3 + b^3$ oraz przykłady ich zastosowań do uproszczonych rachunków i przekształceń wyrażeń algebraicznych.	Umiejętności: – stosuje wzory do wykonywania obliczeń i przekształceń wyrażeń algebraicznych (UP).	Przypomina wzory skróconego mnożenia: $(a \pm b)^2$ i $a^2 - b^2$ (znane uczniom z lekcji matematyki w gimnazjum); rozszerza znajomość wzorów skróconego mnożenia o wzory: $(a \pm b)^3$ , $a^3 \pm b^3$ (stara się stosować te wzory do takich przykładów działań na liczbach i wyrażeniach, aby poznać wzory rzeczywistocie upraszczały rachunki).

#### IV. Zbiór liczb rzeczywistych

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Liczby naturalne i całkowite	Własności zbioru liczb naturalnych i zbioru liczb całkowitych, o podzielności w zbiorze liczb całkowitych.	Wiadomości: – wyjaśnia pojęcie liczby naturalnej i liczby całkowitej (WP); – omawia podstawowe wiadomości z teorii podzielności w zbiorze liczb całkowitych (WP).	Nawiązuje do wiedzy z gimnazjum, a następnie poszerza ją o nowe wiadomości.
2. Zbiór liczb wymiernych	Pojęcie liczby wymiernej, działania na liczbach wymiernych, równość liczb wymiernych, liczby wymierne na osi liczbowej.	Wiadomości: – wskazuje liczby wymierne (WP). Umiejętności: – porównuje liczby wymierne (UP);	Wybiera spośród różnych liczb te, które są wymierne; konstruuje niektóre liczby wymierne (z zastosowaniem twierdzenia Talesa) i zaznacza na osi – ćwiczenia

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- zaznacza na osi liczbowej liczby wymierne (UP);</li> <li>- wykonuje działania na liczbach wymiernych (UP).</li> </ul>	<p>sprawności rachunkowej na liczbach wymiernych.</p>
3. Zbiór liczb niewymiernych	<p>Pojęcie liczby niewymiernej, wykonywanie działań na liczbach niewymiernych, konstruowanie niektórych liczb niewymiernych i zaznaczanie ich na osi liczbowej, usuwanie niewymierności z mianownika ułamka.</p>	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa liczbę niewymierną (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wskazuje liczbę niewymierną wśród podanych liczb (UP);</li> <li>- wykazuje niewymierność niektórych liczb (np. <math>\sqrt{2}</math>, <math>\sqrt{3}</math>) (UPP);</li> <li>- usuwa niewymierność z mianownika ułamka (UP);</li> <li>- zaznacza liczbę niewymierną na osi liczbowej (UP).</li> </ul>	<p>Wybiera, poprzez różne ćwiczenia, liczby niewymierne spośród podanych liczb; dowodzi niewymierności <math>\sqrt{2}</math>, <math>\sqrt{3}</math>, <math>\sqrt{5}</math> oraz podaje ich konstrukcję (z zastosowaniem twierdzenia Pitagorasa); usuwa niewymierność z mianowników ułamków (akcentując tutaj zastosowanie poznanych wzorów skróconego mnożenia).</p>
4. Rozwinięcia dziesiętne liczb rzeczywistych	<p>Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych i niewymiernych.</p>	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- zamienia ułamek dziesiętny skończony lub nieskończony okresowy na ułamek zwykły (UP);</li> <li>- podaje przybliżone rozwinięcie dziesiętne liczb niewymiernych (UP).</li> </ul>	<p>Podaje (bez dowodu) twierdzenie o rozwinięciach dziesiętnych liczb rzeczywistych; ćwiczy przedstawianie liczby wymiernej w postaci ułamków dziesiętnych, zamienia ułamki dziesiętne na ułamki zwykłe itp.</p>
5. Uporządkowanie zbioru liczb rzeczywistych	<p>Porównywanie liczb rzeczywistych, własności równości i nierówności w zbiorze liczb rzeczywistych.</p>	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- porównuje dwie liczby rzeczywiste, liczbę wymierną z liczbą niewymierną, dwie liczby niewymierne (UP).</li> </ul>	<p>Podaje własności relacji równości i relacji nierówności w zbiorze liczb rzeczywistych.</p>
6. Wartość bezwzględna (moduł) liczby rzeczywistej	<p>Definicja wartości bezwzględnej, wniośki wynikające z definicji, podstawowe własności wartości bezwzględnej i jej interpretacja geometryczna, proste równania i nierówności z wartością bezwzględną.</p>	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- postuluje się wartością bezwzględną (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- omawia jej własności i interpretację geometryczną (UP);</li> <li>- stosuje ją do rozwiązywania równań typu <ul style="list-style-type: none"> <li><math> ax + b  = c</math> i nierówności typu</li> <li><math> ax + b  &lt; (\leq) c</math>,</li> <li><math> ax + b  &gt; (\geq) c</math> (UPP).</li> </ul> </li> </ul>	<p>Podaje definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej, wyznacza wartość bezwzględną danych liczb, interpretuje wartość bezwzględną na osi liczbowej oraz rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną.</p>

7. Oś liczbowa, przedziały liczbowe i działania na nich	Przypomnienie wiadomości o osi liczbowej (znanych uczniom z gimnazjum), określenie przedziałów liczbowych ograniczonych i nieograniczonych, działania na przedziałach.	Umiejętności: – postępuje się osią liczbową (UP); – zaznacza na osi liczby i przedziały liczbowe oraz wyniki działań mnogościowych (UP).	Postępuje się osią liczbową, podaje opis przedziałów i wykonuje na nich działania: koniunkcji, alternatywy, różnicy i dopełnienie przedziałów do całej osi (jako przestrzeni) – nawiązuje przy tym do wiedzy ucznia z nauki matematyki w gimnazjum.
8. Błąd przybliżenia, szacowanie wartości liczbowych	Pojęcie błędu przybliżenia liczb, błąd bezwzględny i względny, reguła zaokrąglania przybliżeń.	Umiejętności: – przeprowadza obliczenia, postępując się przybliżeniami liczb (zarówno wymiernych, jak i niewymiernych) (UP).	Podaje definicję błędu przybliżenia, błędu bezwzględnego i błędu względnego; omawia reguły zaokrąglania; szacowanie wartości liczbowych.

## V. Funkcje

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągnięcia celów NAUCZYCIEL:
1. Pojęcie funkcji, funkcja liczbową i jej wykres	Definicja funkcji jako odwzorowania zbioru w zbiór, argument funkcji, dziedziną funkcji, wartość funkcji w punkcie, wykres funkcji jako zbiór par.	Wiadomości: – utrwała pojęcie funkcji (WP). Umiejętności: – wskazuje, które z odwzorowań zbioru w zbiór jest funkcją, a które nie (UP); – podaje podstawowe terminy związane z funkcją (UP).	Akcentuje, które odwzorowanie zbioru w zbiór jest funkcją; używa kwantyfikatorów do zdefiniowania funkcji; rozpatruje różne przykłady funkcji; w tym funkcji liczbowych; uczy ucznia języka związanego z pojęciem funkcji.
2. Sposoby określania funkcji i ich zastosowanie do opisu zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym	Określanie na różne sposoby funkcji: opis słowny, graf, tabelka, wzór jawny, wykres.	Wiadomości: – poznaje różne sposoby określania funkcji (WP). Umiejętności: – opisuje za pomocą funkcji zależności występujące w różnych dziedzinach życia.	Określa funkcje różnymi sposobami oraz opisuje nimi różne zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym.
3. Dziedzina funkcji, zbiór wartości	Wyznaczanie dziedziny i zbioru wartości podanych przykładów funkcji, w tym przede wszystkim funkcji liczbowych.	Wiadomości: – podaje dziedziny i zbiór wartości funkcji, mając ją określoną na różny sposób (WP).	Wyznacza dziedziny i zbiór wartości funkcji (dobiera takie przykłady funkcji liczbowych, aby mieć okazję wykorzystać zdobyte wcześniej wiadomości, np.

			o wartości bezwzględnej, o pierwiastkach); akcentuje przy tym, że wyznaczenie dziedziny funkcji liczbowych określonych wzorem wiąże się z wykonalnością działań w zbiorze liczb rzeczywistych.
4. Miejsce zerowe funkcji, wartość funkcji w danym punkcie, punkt stały	Znajdowanie miejsca zerowych, punktów stałych funkcji określonych na różne sposoby.	Umiejętności: – wyznacza ważne dla funkcji punkty (UP); – oblicza wartość funkcji w danym punkcie (UP); – wyznacza liczbę, dla której funkcja przyjmuje określoną wartość (UP).	Wyznacza miejsca zerowe funkcji oraz jej wartość w punktach (ćwiczy przy tym sprawność rachunkową uczniów w działaniach na liczbach rzeczywistych).
5. Wartość najmniejsza i największa funkcji w przedziale	Określanie największej i najmniejszej wartości funkcji; wyznaczanie ich (o ile istnieją) dla funkcji określonych w danym przedziale, posługując się jej wzorem lub wykresem.	Umiejętności: – podaje wartość najmniejszą i największą funkcji określonej w przedziale, na przykład posługując się wykresem albo wzorem funkcji (stosując własności nierówności w zbiorze liczb rzeczywistych) (UPP).	Akcentuje, że funkcja w danym przedziale może mieć obie te wartości, jedną z nich albo nie osiągać żadnej.
6. Ogólne własności funkcji liczbowych	Różnowartościowość, monotoniczność, okresowość, parzystość i nieparzystość.	Umiejętności: – określa, czy dana funkcja (określona graficznie albo wzorem jawnym) odpowiada wymienionym własnościom (UPP).	Podaje definicje: różnowartości, monotoniczności, okresowości, parzystości i nieparzystości, a następnie rozważa przykłady funkcji mających te własności.
7. Przekształcenia wykresu funkcji	Przesunięcie równoległe wykresu funkcji, odbicia wykresu funkcji względem osi układu współrzędnych.	Wiadomości: – przekształca wykres danej funkcji (WP). Umiejętności: – stosuje przekształcenia do sporządzania wykresów funkcji: $y = f(x - p) + q$ , $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ , $y =  f(x) $ (UP), mając wykres funkcji $y = f(x)$ (UPP).	Omawia wymienione przekształcenia wykresu funkcji oraz stosuje je do sporządzania wykresów funkcji.
8. Sporządzanie wykresów funkcji, odczytywanie własności funkcji z wykresu	Sporządzanie wykresów rozmaitych funkcji elementarnych określonych wzorem, odczytywanie z wykresu danej funkcji jak najwięcej istotnych własności tej funkcji.	Umiejętności: – sporządza wykresy funkcji i odczytuje z nich własności tych funkcji (UP).	Akcentuje własność wykresu funkcji parzystej, nieparzystej, okresowej.

## VI. Funkcja liniowa

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZEN:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Własności funkcji liniowej i jej wykres	Definicja funkcji liniowej, dziedzina i zbiór wartości funkcji liniowej, monotoniczność funkcji liniowej, miejsca zerowe i wykres funkcji liniowej.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- definiuje funkcję liniową i rozpoznaje ją na podstawie wzoru (WP);</li> <li>- podaje przykład funkcji liniowej rosnącej, malejącej i stałej (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wykonuje wykres funkcji liniowej (UP);</li> <li>- podaje miejsce zerowe funkcji liniowej (UP);</li> <li>- określa monotoniczność funkcji liniowej (UP);</li> <li>- zapisuje wzór funkcji liniowej na podstawie określonych danych (UP).</li> </ul>	Nawiązuje do wiedzy ucznia o funkcji liniowej z lekcji matematyki w gimnazjum; akcentuje związek monotoniczności funkcji z jej współczynnikiem kierunkowym; stosuje różnorodne ćwiczenia utrwalające wiedzę o funkcji liniowej.
2. Równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą	Pojęcie równania liniowego i nierówności liniowej z jedną niewiadomą; równania równoważne, nierówności równoważne.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje liniowe równania i nierówności z jedną niewiadomą (UP).</li> </ul>	Podaje definicję równania i nierówności liniowej z jedną niewiadomą; rozwiązuje równania i nierówności liniowe metodą równań i nierówności równoważnych.
3. Zadania prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą	Zadania tekstowe rozwiązywane za pomocą równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- układa równanie lub nierówność na podstawie analizy tekstu zadania i je rozwiązuje (UPP).</li> </ul>	Rozwiązuje zadania z różnych dziedzin prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą.
4. Równania liniowe i nierówność liniowa z dwiema niewiadomymi	Pojęcie równania liniowego z dwiema niewiadomymi i jego wykres; nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi i jej interpretacja geometryczna.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozpoznaje równanie i nierówność liniową z dwiema niewiadomymi (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretuje geometrycznie równania i nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi (UPP).</li> </ul>	Sporządza wykresy równań liniowych z dwiema niewiadomymi oraz podaje ilustracje geometryczne nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.
5. Układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi: zależny, niezależny, sprzeczny	Metody rozwiązywania układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi (podstawiania, przeciwnych współczynników, graficzna) oraz klasyfikacja	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi każdą z trzech postaci metod (UP);</li> </ul>	Podaje klasyfikację układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi oraz ich interpretację geometryczną.

	układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.	– określa, jakiego typu jest to układ równań (UP).	tryczne, rozwiązuje te układy trzema sposobami.
6. Zadania prowadzące do układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi	Zadania tekstowe z różnych dziedzin prowadzące do układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi.	Umiejętności: – rozwiązuje zadania tekstowe z różnych dziedzin, tworząc układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi (UPP).	Rozwiązuje jak największą liczbę zadań tekstowych.
7. Układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi	Geometryczna ilustracja układu dwóch i więcej nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.	Umiejętności: – ilustruje geometrycznie układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi (UPP).	Analizuje jak największą liczbę układów nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi.

## GEOMETRIA

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZEN:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Odległość dwóch punktów	Odległość dwóch punktów jako długość odcinka, wzór analityczny na odległość dwóch punktów; warunek współliniowości i niewspółliniowości trzech punktów.	Wiadomości: – określa odległość dwóch punktów na prostej (WP). Umiejętności: – oblicza odległość dwóch punktów na prostej ze wzoru analitycznego (UP); – sprawdza współliniowość i niewspółliniowość trzech punktów (UPP).	Omawia pojęcie odległości w zbiorze, następnie odległość dwóch punktów; wyprowadza wzór analityczny na odległość pary punktów (w metryce pitagorejskiej); omawia także warunki współliniowości i niewspółliniowości trzech punktów.
2. Odległość punktu od prostej	Określenie odległości punktu od zbioru (intuicyjnie), pojęcie odległości punktu od prostej.	Wiadomości: – określa odległość punktu od prostej (WP). Umiejętności: – oblicza odległość punktu od prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej (UP).	Określa odległość punktu od zbioru i od prostej; rozwiązuje zadania z odległością punktu od prostej.
3. Okrąg i koło	Definicja okręgu i koła, pojęcia związane z okręgiem i kołem (promień, średnica, cięciwa); równanie okręgu, nierówność koła.	Wiadomości: – definiuje koło i okrąg, mając równanie okręgu (nierówność koła) (WP). Umiejętności: – wyznacza środek okręgu (koła) i promień (UP).	Definiuje okrąg i koło, wyprowadza równanie (nierówność) okręgu (koła) w postaci kanonicznej, z której łatwo odczytać współrzędne środka i promień.

4. Wzajemne położenie okręgu i prostej	Warunki konieczne i wystarczające na każde z trzech położen wzajemnych okręgu i prostej, twierdzenie o stycznej do okręgu i promieniu poprowadzonym do punktu styczności.	Umiejętności: – rozstrzyga, kiedy okrąg i prosta mają dwa punkty wspólne, jeden punkt wspólny lub są rozłączne (także korzystając ze wzorów analitycznych) (UP).	Bada wzajemne położenie okręgu i prostej oraz określa warunki konieczne i wystarczające (szczególnie dużo czasu poświęca na styczną do okręgu).
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	Warunki konieczne i wystarczające na każde z położen dwóch okręgów względem siebie.	Umiejętności: – rozstrzyga, kiedy dwa okręgi są do siebie styczne, kiedy się przecinają, a kiedy są rozłączne (UPP).	Bada wzajemne położenie dwóch okręgów oraz określa warunki konieczne i wystarczające (korzystamy także ze wzorów analitycznych).
6. Kąty w kole	Kąty wpisane w koło i kąty środkowe w kole oraz zależność między nimi.	Wiadomości: – omawia twierdzenia o kątach wpisanych w koło i kątach środkowych (WP).	Dowodzi zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym opartym na tym samym łuku okręgu oraz wyciąga wnioski z otrzymanych zależności (inne twierdzenia o kątach w kole).
7. Trójkąt i jego punkty szczególne	Twierdzenie o przecinaniu się w każdym trójkącie: dwusiecznych kątów, symetrycznych boków, wysokości.	Wiadomości: – zna twierdzenie o istnieniu wymienionych szczególnych punktów trójkąta (WP); – wykazuje twierdzenie o istnieniu wymienionych szczególnych punktów trójkąta metodą miejsc geometrycznych (WPP)*. Umiejętności: – wpisuje w trójkąt okrąg i opisuje na trójkącie okrąg (UP).	Charakteryzuje jako miejsca geometryczne punktów dwusieczną kąta, symetryczną odcinka, a następnie za pomocą tej metody dowodzi twierdzenia o przecinaniu się dwusiecznych kątów, symetrycznych boków trójkąta itp.
8. Twierdzenie Talesa i doń odwrotne	Sformułowanie twierdzenia Talesa i twierdzenia doń odwrotnego oraz doświadczenie z zastosowaniem wzoru na pole trójkąta), wnioski z twierdzenia Talesa (równoważne proporcje).	Wiadomości: – formułuje twierdzenie Talesa i doń odwrotne (WP). Umiejętności: – zapisuje różne równoważne proporcje (UP).	Zaczyna od najprostszej konfiguracji: ramiona kąta przecięte dwiema równoległymi. Następnie rozważa dwie proste przecinające się i równoległe przecinające je po jednej stronie punktu przecięcia się tych dwóch prostych oraz – po różnych stronach punktu przecięcia się tych dwóch prostych; zapisuje różne proporcje odcinków.
9. Zastosowania twierdzenia Talesa	Zadania rachunkowe (np. związane z cieniem drzewa), zastosowanie w geometrii (twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie, twierdzenie o środkowych).	Umiejętności: – stosuje twierdzenie Talesa przede wszystkim do zadań z życia codziennego, zadań z trójkątami (UP).	Rozwiązuje możliwe jak najwięcej zadań nie tylko rachunkowych, ale też na dowodzenie i konstrukcyjnych.

\* WPP – wiadomości ponadpodstawowe

10. Czworokąt wpisany w okrąg	Twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg i doń odwrotne (równość sum przeciwległych kątów czworokąta).	Wiadomości: – określa jedną (podstawową) charakterystycję wpisyalności czworokąta w okrąg (WP). Umiejętności: – rozstrzyga, czy dany czworokąt można wpisać w dany okrąg, czy nie (UP).	Pyta uczniów, czy każdy trójkąt można wpisać w okrąg. Następnie przechodzi do omawiania czworokątów, stawiając to samo pytanie; formuluje warunek konieczny i wystarczający (warto nie rezygnować z dowodzenia tego twierdzenia).
11. Czworokąt opisany na okręgu	Twierdzenie o czworokącie, w który można wpisać okrąg (równość sum długości przeciwległych boków).	Wiadomości: – określa charakterystycję wpisyalności okręgu w czworokąt (WP). Umiejętności: – sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg (UP).	Pyta uczniów, czy w każdy trójkąt można wpisać okrąg. Następnie bada, w który czworokąt można wpisać okrąg. Formuluje twierdzenie i twierdzenie doń odwrotne oraz próbuje przeprowadzić dowód.
12. Rodzaje czworokątów	Klasyfikacja czworokątów i charakterystycje niektórych z nich (równoległoboki, trapezy równoramienne).	Wiadomości: – określa własności czworokątów (WP).	Dokonuje klasyfikacji czworokątów i podaje charakterystycje niektórych z nich, na przykład trapezów równoramiennych, równoległoboków (warto podjąć próby ich dowodów).

### FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZEN:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym	Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym, wartości tych funkcji dla kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ i $60^\circ$ , podstawowe tożsamości i wzory redukcyjne.	Wiadomości: – określa sinus, cosinus, tangens i cotangens kąta w trójkącie prostokątnym (WP); – ustala związki między funkcjami tego samego kąta (WP). Umiejętności: – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ i $60^\circ$ (UP).	Określa funkcje trygonometryczne kąta w trójkącie prostokątnym i wykorzystuje do wyznaczania wartości tych funkcji dla kątów $30^\circ$ , $45^\circ$ i $60^\circ$ oraz ustalenia związków między funkcjami tego samego kąta.
2. Pojęcie kąta i jego uogólnienie	Kąt jako miara obrotu.	Umiejętności: – utożsamia kąt dowolnej miary stopniowej z kątem o mierze stopniowej z przedziału $(0^\circ, 360^\circ)$ (UP).	Omawia pojęcie miary kąta i jego uogólnienie (nawiązuje do twierdzenia o dzieleniu z resztą – dowolne liczby stopnia dzieli nie tylko przez $360^\circ$ , ale też przez $180^\circ$ i $90^\circ$ ).

3. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	Współrzędne punktów na końcowym ramieniu kąta, określenia funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>określa funkcje trygonometryczne dowolnego kąta (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczenia wartości funkcji dla całkowitych wielokrotności kąta prostego (UP).</li> </ul>	Wprowadza definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta i wyznacza wartości tych funkcji dla kątów: $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ .
4. Miara łukowa kąta	Określenie miary łukowej kąta, zamiana miary kąta w stopniach na miarę łukową i odwrotnie.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>omawia pojęcie miary łukowej kąta (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>zamienia miarę łukową na miarę kątową oraz odwrotnie (UP).</li> </ul>	Wprowadza pojęcie miary łukowej kąta, radiany oraz wykonuje dużo ćwiczeń polegających na zamianie miary stopniowej kąta na łukową i odwrotnie.
5. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej	Przeformułowanie definicji funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta na definicje funkcji trygonometrycznych dowolnej zmiennej rzeczywistej.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>określa funkcje trygonometryczne kąta jako funkcje zmiennej rzeczywistej (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości funkcji dla kątów o mierze radianowej (UP).</li> </ul>	Definiuje funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej oraz wykonuje dużo ćwiczeń.
6. Własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej	Znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu XOY, parzystość i nieparzystość funkcji trygonometrycznych, okresowość funkcji trygonometrycznych.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>określa własności funkcji trygonometrycznych jako funkcji zmiennej rzeczywistej (UP).</li> </ul>	Określa własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej, odwołując się do własności funkcji trygonometrycznych kąta.
7. Wzory redukcyjne	Wprowadzamy wzory redukcyjne, dowodząc niektórych i dedukując pozostałe jako wniosek.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>wyprowadza wzory redukcyjne (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje wzory redukcyjne do przekształcania wyrażzeń trygonometrycznych (UP).</li> </ul>	Wprowadza wzory redukcyjne i wykonuje z nimi jak najwięcej ćwiczeń.
8. Związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego argumentu	Tak zwane jedynki trygonometryczne i zależności między tangensem, sinusem i cotangensem.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>określa związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego argumentu (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi w dowodzeniu prostych tożsamości trygonometrycznych (UP).</li> </ul>	Wprowadza związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego argumentu rzeczywistego oraz stosuje je do dowodzenia prostych tożsamości trygonometrycznych.

9. Wykresy funkcji trygonometrycznych	Wykresy funkcji trygonometrycznych i odczytywanie własności tych funkcji z ich wykresów.	Wiadomości: – omawia wykresy sinusa, cosinusa, tangensa i cotangensa (WPP). Umiejętności: – odczytuje z wykresu własności funkcji trygonometrycznych (miejsca zerowe, wartość najmniejszą i największą itp.) (UPP).	Sporządza wykresy funkcji trygonometrycznych, posługując się kołem trygonometrycznym oraz niektórymi wzorami redukcyjnymi, z których odczytuje własności wykresów i metodę ich otrzymania.
10. Proste równania i nierówności trygonometryczne	Wzory na rozwiązanie równań trygonometrycznych elementarnych, rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych z wykorzystaniem otrzymanych wzorów.	Umiejętności: – rozwiązuje proste równania trygonometryczne, wykorzystując poznane wzory (UP); – posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych w rozwiązywaniu nierówności trygonometrycznych (UPP).	Rozpoczyna od geometrycznej interpretacji równania $f(x) = g(x)$ i nierówności $f(x) > g(x)$ , gdzie $f$ i $g$ są funkcjami zmiennej rzeczywistej, a następnie rozwiązuje elementarne równania i nierówności trygonometryczne. Przy rozwiązywaniu równań korzysta ze wzorów na rozwiązanie równań trygonometrycznych elementarnych, a przy rozwiązywaniu nierówności – z wykresów funkcji trygonometrycznych.

## Klasa II

### ALGEBRA

#### I. Trójmian kwadratowy

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZEN:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Postać ogólna i postać kanoniczna trójmianu kwadratowego	Definicja funkcji kwadratowej, dziedzina, postać kanoniczna trójmianu kwadratowego.	Wiadomości: – rozpoznaje na podstawie wzoru funkcję kwadratową (WP). Umiejętności: – przedstawia trójmian kwadratowy w postaci kanonicznej (UP).	Wprowadza definicję funkcji kwadratowej, odczytuje ze wzoru współczynniki funkcji kwadratowej oraz przedstawia trójmian w postaci kanonicznej.
2. Wykres funkcji kwadratowej	Wykres funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + c$ oraz funkcji $f(x) = ax^2 + bx + c$ .	Umiejętności: – sporządza wykres dowolnej funkcji kwadratowej, przedstawiając ją w postaci kanonicznej, znajdując w ten sposób współrzędne wierzchołka paraboli (UP).	Sporządza wykres funkcji $y = ax^2$ , ( $a \neq 0$ ), bada jej własności, następnie na podstawie przedstawienia funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej ustala współrzędne wektora translacji, dzięki czemu otrzyma żądany wykres.

3. Ekstremum funkcji kwadratowej oraz jej wartość najmniejsza i największa w przedziale	Pojęcie ekstremum funkcji kwadratowej, jego związek ze współczynnikiem przy $x^2$ oraz współrzednymi wierzchołka paraboli, wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej w przedziale.	Umiejętności: – wyznacza ekstremum funkcji kwadratowej oraz jej wartość najmniejszą i największą w przedziale (UP).	Wyznacza ekstremum funkcji kwadratowej, korzystając z jej postaci kanonicznej; znajduje wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale (warto rozważyć przedziały nie tylko domknięte, aby uczeń uswiadomił sobie, że funkcja kwadratowa może nie mieć w przedziale żadnej z tych wartości).
4. Zadania prowadzące do ekstremum funkcji kwadratowej	Ekstremum funkcji kwadratowej w zadaniach z różnych dziedzin (algebraiczne, geometryczne, o charakterze praktycznym).	Umiejętności: – rozwiązuje rozmaite zadania prowadzące do ekstremum funkcji kwadratowej (UP)*.	Rozwiązuje różnego typu zadania z zastosowaniem ekstremum funkcji kwadratowej.
5. Miejsca zerowe i znak funkcji kwadratowej	Warunki istnienia pierwiastków rzeczywistych trójmianu kwadratowego i wzory na te pierwiastki, przedziały, w których funkcja kwadratowa jest stałego znaku.	Wiadomości: – rozstrzyga, kiedy trójmian kwadratowy ma pierwiastki rzeczywiste (WP). Umiejętności: – oblicza pierwiastki rzeczywiste (UP); – wyznacza przedziały, w których funkcja kwadratowa jest dodatnia, a w których ujemna (UP).	Postępując się postacią kanoniczną trójmianu kwadratowego, bada istnienie pierwiastków rzeczywistych w zależności od znaku wyróżnika oraz wprowadza wzory na pierwiastki, bada znak funkcji kwadratowej.
6. Wzory Viète'a	Suma i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego.	Umiejętności: – podaje pierwiastki trójmianu kwadratowego na podstawie wzorów Viète'a (UP); – określa znaki pierwiastków trójmianu kwadratowego (UP).	Wprowadza wzory Viète'a oraz stosuje je do różnych zadań, na przykład do wyznaczenia wartości wyrażen algebraicznych bez obliczania pierwiastków trójmianu kwadratowego.
7. Równania i nierówności kwadratowe	Określenie równania kwadratowego i nierówności kwadratowej, równania i nierówności zupełne i niezupełne.	Umiejętności: – rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki, wzory Viète'a, twierdzenie o znaku funkcji kwadratowej, wykres funkcji kwadratowej (UP).	Rozwiązuje jak najczęściej równania i nierówności (zupełnych i niezupełnych), stosując różne metody – przy rozwiązywaniu nierówności kwadratowych posługuje się także wykresami funkcji kwadratowych.
8. Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych	Zadania tekstowe z różnych dziedzin, zadania z parametrem.	Umiejętności: – układa równania i nierówności do zadań tekstowych oraz je rozwiązuje (UPP); – analizuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem (UPP).	Rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z różnych dziedzin oraz zadania z parametrem.

\* różniąc stopień trudności zadań, osiągamy cele z zakresu UPP

## II. Wielomiany

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZEN:	Procedury osiągnięcia celów NAUCZYCIEL:
1. Wielomian jednej zmiennej	Pojęcie wielomianu jednej zmiennej i jego stopnia, równość dwóch wielomianów.	<p>Wiedomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozpoznaje wielomian jednej zmiennej (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa stopień wielomianu (UP);</li> <li>- porównuje dwa wielomiany (UP).</li> </ul>	<p>Wprowadza pojęcie wielomianu jednej zmiennej, jego stopnia, podaje dużo przykładów, formuluje twierdzenie o równości dwóch wielomianów oraz rozwiązuje związane z tym zadania.</p>
2. Działania na wielomianach	Określamy sumę, różnicę i iloczyn dwóch wielomianów oraz ustalamy zależność stopnia sumy, różnicy i iloczynu dwóch wielomianów od stopni tych wielomianów.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wykonuje działania na wielomianach (UP);</li> <li>- ustala zależność stopnia sumy i różnicy wielomianów od stopni składników, a iloczynu - od stopni czynników (UP).</li> </ul>	<p>Wykonuje dużo ćwiczeń w działaniach na wielomianach (określając działania na wielomianach, warto nawiązywać do wiedzy ucznia z gimnazjum).</p>
3. Dzielenie wielomianów	Twierdzenie o dzieleniu z resztą, podzielność wielomianu przez wielomian.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wykonuje dzielenie wielomianu przez wielomian (UP);</li> <li>- ustala podzielność wielomianu przez wielomian (UP).</li> </ul>	<p>Zaczyna od przypomnienia twierdzenia o dzieleniu z resztą liczb całkowitych. Następnie, analogicznie do tego, formuluje twierdzenie o dzieleniu wielomianów, wykonuje jak najwięcej ćwiczeń z dzieleniem wielomianów.</p>
4. Twierdzenie Bézouta i schemat Hornera	Twierdzenie o reszcie i ilorazie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x-c$ oraz wniosków z tego twierdzenia.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje twierdzenie Bézouta i schemat Hornera do ustalania, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu (UP);</li> <li>- ustala podzielność wielomianu przez dwumian <math>x-c</math> (UP).</li> </ul>	<p>Nawiązuje do twierdzenia o dzieleniu z resztą i na podstawie twierdzenia o równości dwóch wielomianów otrzymuje tzw. schemat Hornera i twierdzenie Bézouta, wykonuje dużo ćwiczeń związanych z tymi zagadnieniami.</p>
5. Rozkład wielomianów na czynniki	Elementarne metody rozkładu wielomianu na czynniki: wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias, grupowanie wyrazów, wzory skróconego mnożenia.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozkłada wielomiany na czynniki, stosując elementarne metody (UP).</li> </ul>	<p>Rozkłada wielomiany na czynniki, prezentując na przykładach każdą z metod rozkładu.</p>
6. Równania wielomianowe	Pojęcie równania wielomianowego, rozwiązywanie równań wielomianowych.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje proste równania wielomianowe (UP).</li> </ul>	<p>Przystępuje do jak największej liczby ćwiczeń w rozwiązywaniu równań, po wprowadzeniu pojęcia równania wielomianowego.</p>

7. Nierówności wielomianowe	Pojęcie nierówności wielomianowej, metoda „siatki” znaków oraz szkicowanie wykresu.	Umiętności: – postępuje się dwiema metodami w rozwiązywaniu nierówności wielomianowych (UP).	Omawia dokładnie obie metody rozwiązywania nierówności wielomianowych, a następnie ćwiczy je na wielu przykładach.
-----------------------------	---	---	--

### III. Funkcje wymierne

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Funkcje wymierne i działania na nich	Definicja funkcji wymiernej, dziedzina i działania na funkcjach wymiernych.	Wiedomości: – rozpoznaje funkcję wymierną (WP). Umiętności: – wyznacza dziedzinę funkcji wymiernej (UP); – wykonuje działania arytmetyczne na funkcji wymiernej, określając warunki wykonywalności tych działań (UP).	Wprowadza pojęcie funkcji wymiernej, wyznacza jej dziedzinę, określa równość dwóch funkcji wymiernych oraz działania arytmetyczne. Nawiązuje przy tym do działań na liczbach wymiernych i ukazuje analogie.
2. Przekształcanie wyrażeń wymiernych	Działania łączne na funkcjach wymiernych.	Umiętności: – dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne, przyjmując stosowne założenia (UP).	Wykonuje jak najwięcej ćwiczeń w działaniach na funkcjach wymiernych.
3. Funkcja homograficzna	Definicja funkcji homograficznej, dziedzina tej funkcji, wykres i własności (miejsce zerowe i znak funkcji homograficznej).	Umiętności: – sporządza wykresy funkcji homograficznych i odczytuje z nich własności funkcji (UPP).	Sporządza wykresy funkcji homograficznych, wykorzystując przesunięcie równoległe płaszczyzny.
4. Równania i nierówności wymierne	Pojęcie równania wymiernego i nierówności wymiernej, równania i nierówności wymierne z funkcją homograficzną; inne równania i nierówności wymierne.	Umiętności: – rozwiązuje równanie wymierne i nierówność wymierną (UP); – omawia rozwiązalność równania z parametrem (UPP).	Rozwiązuje jak najwięcej przykładów równań i nierówności, w tym również równań z parametrem, po wprowadzeniu pojęć równania wymiernego i nierówności wymiernej.
5. Zadania prowadzące do równań wymiernych	Zadania tekstowe z różnych dziedzin prowadzące do równań wymiernych.	Umiętności: – rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych (UP).	Rozwiązuje różne zadania prowadzące do równań wymiernych.

## IV. Ciągi liczbowe

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Pojęcie ciągu i ciągu liczbowego, sposoby określania ciągów liczbowych	Definicja ciągu i ciągu liczbowego, sposoby określania ciągów liczbowych: wzorem jawnym, wzorem rekurencyjnym, opisem słownym.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa ciąg, w tym ciąg liczbowy (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów (UP);</li> <li>- wypisuje kolejne wyrazy ciągu (UP);</li> <li>- podaje następne wyrazy ciągu, mając kilka początkowych wyrazów (UP);</li> <li>- podaje wzór na <math>n</math>-ty wyraz ciągu (UPP).</li> </ul>	Podaje definicję ciągu nieskończonego i skończonego, określa ciągi na różne sposoby, wypisuje kilka początkowych wyrazów ciągu i odgaduje kolejne wyrazy bądź też wzór ogólny.
2. Monotoniczność ciągu liczbowego	Definiujemy monotoniczność ciągu (przypomnienie monotoniczności funkcji liczbowej) i badamy monotoniczność ciągów liczbowych.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- definiuje ciąg rosnący, malejący, stały (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów monotonicznych (UP);</li> <li>- sprawdza, czy dany ciąg liczbowy jest monotoniczny (UP).</li> </ul>	Ćwiczy sprawdzanie, czy dany ciąg jest monotoniczny, po zdefiniowaniu monotoniczności ciągu.
3. Ciąg arytmetyczny	Definicja ciągu arytmetycznego, przykłady ciągów arytmetycznych, monotoniczność ciągu arytmetycznego, wzór na $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego, wzór na sumę $n$ pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozpoznaje ciąg arytmetyczny (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje przykłady ciągów arytmetycznych (UP);</li> <li>- bada monotoniczność ciągu arytmetycznego (UP);</li> <li>- oblicza sumę wyrazów ciągu arytmetycznego (UP);</li> <li>- wyznacza ciąg arytmetyczny, mając typowe dane (UP).</li> </ul>	Podaje definicję ciągu arytmetycznego, rozpatruje przykłady ciągów arytmetycznych, bada monotoniczność ciągu arytmetycznego, odgaduje wzór na $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego, wyprowadza wzór na sumę $n$ pierwszych wyrazów ciągu arytmetycznego.
4. Zadania z ciągiem arytmetycznym	Proste przykłady z ciągiem arytmetycznym (wyznaczanie ciągu); równania, w których występuje ciąg arytmetyczny; zadania tekstowe z ciągiem arytmetycznym.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje proste przykłady z ciągiem arytmetycznym (UP).</li> </ul>	Rozwiązuje rozmaite zadania z ciągiem arytmetycznym, w tym zadania rachunkowe, na dowodzenie i zadania tekstowe z różnych dziedzin.

5. Ciąg geometryczny	Pojęcie ciągu geometrycznego, przykłady ciągów geometrycznych, wzór na $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego, monotoniczność ciągu geometrycznego, wzór na sumę $n$ pierwszych wyrazów ciągu geometrycznego.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje ciąg geometryczny (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje przykłady ciągów geometrycznych (UP);</li> <li>– wyznacza ciąg geometryczny na podstawie typowych danych (UP);</li> <li>– bada monotoniczność ciągu geometrycznego (UP);</li> <li>– oblicza sumy wyrazów ciągów geometrycznych (UP).</li> </ul>	Podaje definicję ciągu geometrycznego, rozważa przykłady ciągów geometrycznych, odgaduje wzór na $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego, bada monotoniczność ciągu geometrycznego i wyprowadza wzór na sumę $n$ pierwszych wyrazów danego ciągu geometrycznego.
6. Zadania z ciągiem geometrycznym	Proste zadania na wyznaczanie ciągu geometrycznego, zadania tekstowe z ciągiem geometrycznym.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza ciągi geometryczne, mając typowe dane (UP);</li> <li>– rozwiązuje zadania tekstowe z różnych dziedzin z ciągiem geometrycznym (UPP).</li> </ul>	Rozwiązuje rozmaite zadania z ciągiem geometrycznym: rachunkowe, na dowodzenie, tekstowe z różnych dziedzin.
7. Procent składany	Omówienie procentu składanego i jego związku z ciągiem geometrycznym.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– postępuje się ciągiem geometrycznym do obliczeń związanych z procentem składanym, z oprocentowaniem kredytów i lokat bankowych (UP).</li> </ul>	Omawia procent składany i jego związek z ciągiem geometrycznym oraz stosuje go do obliczeń związanych z oprocentowaniem lokat i kredytów bankowych.

## GEOMETRIA

### I. Związki miarowe

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZEN:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Twierdzenie sinusów	Sformułowanie twierdzenia sinusów (i jego dowód z zastosowaniem własności kątów wpisanych w koło oraz zastosowaniem definicji funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym).	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– formułuje twierdzenie sinusów (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyjaśnia dowód tego twierdzenia (przy pomocy sobie wiadomości z geometrii z klasy pierwszej) (UP).</li> </ul>	Formułuje twierdzenie sinusów i dowodzi go (stosuje definicję funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym i jeden ze wzorów redukcyjnych).

2. Zastosowanie twierdzenia sinusów	Twierdzenie sinusów w zadaniach związanych z rozwiązywaniem trójkątów oraz w zadaniach na dowodzenie związków miarowych w trójkącie (np. wzór na pole trójkąta $S = abc/4R$ ).	Umiejętności: – rozwiązuje każdy trójkąt z zastosowaniem twierdzenia sinusów (UP); – dowodzi związków miarowych w trójkącie (UPP).	Rozwiązuje trójkąty oraz dowodzi rozmaitych związków miarowych w trójkącie.
3. Twierdzenie cosinusów	Twierdzenie cosinusów i jego dowód (z zastosowaniem definicji funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym), zastosowanie twierdzenia cosinusów do wyprowadzenia charakterystycznej ostrokości, prostokątności i rozwartości trójkąta.	Wiadomości: – formułuje treść twierdzenia cosinusów (WP). Umiejętności: – dowodzi twierdzenia cosinusów (jest świadomy, że jest to uogólnienie twierdzenia Pitagorasa) (UP).	Formuluje twierdzenie cosinusów, dowodzi go (przez rzutowanie wierzchołków trójkąta na jego boki i zastosowanie definicji funkcji trygonometrycznych kąta w trójkącie prostokątnym) oraz wyciąga wnioski z tego twierdzenia.
4. Zastosowania twierdzenia cosinusów	Wzór Herona na pole trójkąta, twierdzenie Ptolemeusza o czworokącie wpisanim w okrąg, twierdzenie o równoległości boków.	Wiadomości: – poznaje nowe fakty, które otrzymuje przez zastosowanie twierdzenia cosinusów (WPP). Umiejętności: – aktywnie uczestniczy w wyprowadzaniu dowodów (UPP).	Pokazuje liczne zastosowania twierdzenia cosinusów w geometrii.
5. Zastosowania twierdzenia cosinusów – c.d.	Rozwiązujemy trójkąty oraz stosujemy twierdzenie cosinusów do innych zadań rachunkowych z geometrii.	Umiejętności: – stosuje twierdzenie cosinusów w prostych zadaniach rachunkowych z geometrii (rozwiązywanie trójkątów) (UP).	Rozwiązuje rozmaite zadania rachunkowe z geometrii, na przykład wyznaczanie długości środkowych trójkąta, dwusiecznych kątów trójkąta w zależności od długości boków.

## II. Wektory

Hasto	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Wektor, wektor swobodny i działania na wektorach	Pojęcie wektora, jego kierunku, zwrotu i długości, równość dwóch wektorów, wektor swobodny, dodawanie i odejmowanie wektorów.	Wiadomości: – wyjaśnia pojęcie wektora związanego (WP); – wyjaśnia pojęcie wektora swobodnego (WP). Umiejętności: – porównuje dwa wektory (UP); – dodaje i odejmuje wektory (UP).	Wprowadza pojęcie wektora i jego parametry (bazuje tutaj na intuicji, gdy definiuje zwrot wektora), pokazuje własność dodawania wektorów (przemienność, łączność).

2. Iloczyn wektora przez liczbę	Mnożenie wektora przez skalar, własności tego działania, charakterystyka równoległości wektorów.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– interpretuje mnożenie wektora przez liczbę (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje wektory do siebie równoległe (UP);</li> <li>– przedstawia wektor w postaci liniowej kombinacji pary wektorów (UPP).</li> </ul>	Wprowadza pojęcie iloczynu wektora przez liczbę oraz pokazuje własności tego iloczynu.
3. Zastosowania wektorów do geometrii	Twierdzenie Talesa (raz jeszcze), twierdzenia o odcinku łączącym środki boków trójkąta, twierdzenie o linii środkowej czworokąta.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje własności działań na wektorach do dowodzenia prostych faktów z geometrii (UPP).</li> </ul>	Pokazuje, w jaki sposób wykorzystywać własności iloczynu wektora przez liczbę do dowodzenia twierdzeń znanych już uczniowi, z wcześniejszej nauki.
4. Iloczyn skalarny wektorów	Definicja kąta dwóch wektorów, definicja iloczynu skalarnego wektorów, najprostsze własności tego iloczynu.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyjaśnia pojęcie iloczynu skalarnego (WPP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje własności iloczynu skalarnego do przekształcania prostych wyrażeń (UPP).</li> </ul>	Wprowadza iloczyn skalarny wektorów i jego własności (warto dowodzić przynajmniej niektórych), pokazuje zastosowanie tego iloczynu do prostych przekształceń.
5. Zastosowania iloczynu skalarnego wektorów do geometrii	Twierdzenie o przecinaniu się wysokości w trójkącie, twierdzenie cosinusów (po raz drugi), rozwiązywanie trójkątów.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje własności iloczynu skalarnego do dowodzenia znanych mu już twierdzeń oraz do rozwiązywania trójkątów (UPP).</li> </ul>	Pokazuje zastosowania iloczynu skalarnego do geometrii (warto przy tym wracać do twierdzeń wcześniej dowodzonych inną metodą).

### III. Przekształcenia geometryczne na płaszczyźnie

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZEN:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Ogólne wiadomości o przekształceniach geometrycznych	Pojęcie przekształcenia geometrycznego (przekształcenie geometryczne jako funkcja), przykłady przekształceń, składanie przekształceń, przekształcenie tożsamościowe, przekształcenie odwrotne do danego.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa przekształcenie geometryczne (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje przykłady przekształceń geometrycznych (UP);</li> <li>– sprawdza, czy przekształcenie geometryczne ma punkty stałe, czy można je odwrócić (UPP);</li> <li>– składa przekształcenia (UPP).</li> </ul>	Nawiązuje do wiedzy ucznia o funkcjach i w tym kontekście mówi o przekształceniach, ilustrując poruszone zagadnienia przykładami.

2. Przekształcenia izometryczne i figury przystające	Definicja przekształcenia izometrycznego, punkty stałe izometrii, przykłady izometrii, przystawianie figur.	Umiejętności: – wskazuje wśród przykładów przekształceń geometrycznych te, które zachowują odległość (UP).	Bada, czym jest izometria mająca dwa punkty stałe (podaje model takiego przekształcenia) i czym jest, gdy ma trzy niewspółliniowe punkty stałe; składa i odwraca izometrię, definiuje przystawianie figur i bada, jakie własności ma ta relacja.
3. Cechy przystawiania trójkątów	Sformułowanie cech przystawiania trójkątów, zastosowanie tych cech do prostych zadań na dowodzenie.	Umiejętności: – stosuje cechy przystawiania trójkątów do prostych zadań na dowodzenie (UPP).	Formuluje cechy przystawiania trójkątów, nawiązując do twierdzenia o strukturze izometrii (warto o tym twierdzeniu chociaż wspomnieć), dowodzi innych twierdzeń z zastosowaniem cech przystawiania trójkątów.
4. Obrazy figur w izometrii	Obraz odcinka, prostej i półprostej, okręgu (koła), figury wypukłej, kąta, wielokąta.	Umiejętności: – otrzymuje obrazy typowych figur geometrycznych w izometrii (UP).	Bada obrazy typowych figur geometrycznych w izometrii.
5. Symetria osiowa	Badanie przekształcenia, które ma dwa punkty stałe, obrazu punktu w tym przekształceniu, definicja symetrii osiowej, obraz figury w symetrii osiowej.	Umiejętności: – rysuje obraz figury w symetrii osiowej (UP); – konstruuje obraz punktu, obraz okręgu, wielokąta w symetrii osiowej (UP).	Omawia własności symetrii osiowej; bawia ją, zwraca uwagę na rysowanie obrazów figur w symetrii; nawiązuje do „odbicia lustrzanego” (warto też omówić symetrię względem osi układu współrzędnych).
6. Oś symetrii figury, figury osiowo symetryczne	Definicja osi symetrii figury i figury osiowo symetrycznej, przykłady takich figur.	Umiejętności: – wskazuje figurę mającą oś symetrii (UP); – podaje przykłady figur osiowo symetrycznych (UP).	Podaje przykłady figur mających oś symetrii (z różnych dziedzin, także w architekturze, sztuce malarskiej).
7. Symetria środkowa i jej własności	Określenie symetrii względem punktu, własności symetrii środkowej, obraz figury w symetrii środkowej.	Umiejętności: – rozpoznaje symetrię środkową (UP); – przekształca figurę przez symetrię środkową i rysuje obraz tej figury (UPP).	Definiuje symetrię środkową i bada jej własności, zwraca uwagę na rysowanie obrazów figur w symetrii środkowej, omawia także symetrię względem początku układu współrzędnych oraz względem dowolnego punktu w tym układzie.

8. Środek symetrii figury, figury środkowo symetryczne	Definicja środka symetrii figury, figury środkowo symetrycznej, przykłady figur środkowo symetrycznych.	Umiejętności: – wskazuje figurę mającą środek symetrii (UP); – podaje przykłady figur środkowo symetrycznych (UP).	Podaje przykłady figur mających środek symetrii (po pochodzących z różnych dziedzin, np. w architekturze, sztuce malarstwie).
9. Obrót płaszczyzny	Kąt skierowany, obrót płaszczyzny wokół ustalonego jej punktu, składanie obrotów wokół tego samego punktu.	Umiejętności: – omawia obrót i jego własności (UP); – wyjaśnia pojęcie kąta skierowanego (UP); – składa obroty wokół tego samego punktu (UPP); – bada obrazy figur w obrocie (UP).	Omawia pojęcie kąta skierowanego oraz działania na kątach skierowanych (nawiązując do pojęcia wektora i działań dodawania i odejmowania wektorów – warto podkreślić pewne analogie), definiuje obrót płaszczyzny i bada jego własności.
10. Translacja płaszczyzny	Definicja translacji, własności translacji, wzór analityczny na translację.	Umiejętności: – znajduje obraz figury w translacji (UP); – podaje współrzędne obrazu punktu w translacji (UP); – podaje współrzędne wektora translacji, mając współrzędne punktu i jego obrazu w translacji (UP).	Nawiązuje do pojęcia wektora i wektora swobodnego, określa translację płaszczyzny oraz bada jej własności, rysuje obrazy figur w translacji.
11. Składanie symetrii osiowych	Składanie dwóch symetrii osiowych i badanie, czym jest to złożenie.	Wiadomości: – wyjaśnia, czym jest złożenie dwóch symetrii osiowych w zależności od konfiguracji osi (WPP).	Bada złożenie dwóch symetrii osiowych najpierw graficznie, po czym przechodzi do formalnych dowodów i faktów otrzymanych na drodze empirycznej.
12. Metoda przekształceń geometrycznych w zadaniach	Zastosowanie symetrii osiowej, symetrii środkowej obrotu i translacji do zadań konstrukcyjnych i na dowodzenie.	Umiejętności: – stosuje własności przekształceń izometrycznych w zadaniach konstrukcyjnych (UP) i na dowodzenie (UPP).	Rozwiązując rozmaite zadania, w tym o charakterze praktycznym (np. wybór miejsca pod budowę mostu przez rzekę, tak aby otrzymać najkrótszą drogę z jednego miasta do drugiego).
13. Jednokładność płaszczyzny	Definicja jednokładności, obrazy figur w jednokładności, składanie jednokładności o wspólnym środku, jednokładność we współrzędnych kartezjańskich.	Umiejętności: – rysuje obraz figury w jednokładności (odcinka, kąta, wielokąta, okręgu) (UP); – odnajduje niezmienniki jednokładności (UPP); – znajduje współrzędne obrazu punktu, mając współrzędne punktu i środka jednokładności (UP).	Wprowadzając pojęcie jednokładności, podaje je jako przykład przekształcenia, które nie jest izometrią. Zwraca uwagę na podstawowy niezmiennik, jakim jest współliniowość punktów i stosunek długości odcinków.

14. Figury jednokładne	Definicja jednokładności figur i własności tej relacji, przykłady figur jednokładnych.	Umiejętności: – podaje przykłady figur jednokładnych (UP); – konstruuje środki jednokładności pary okręgów (UP).	Zwraca uwagę na konstrukcję środków jednokładności figur jednokładnych (odcinków, wielokątów, okręgów).
15. Podobieństwo	Definicja i własności podobieństwa.	Umiejętności: – rozpoznaje figury podobne (UP); – rysuje figury podobne (UP); – określa własności figur podobnych (UP); – podaje przykłady podobieństw (UP).	Zwraca uwagę na to, że podobieństwo jest uogólnieniem znanych już przekształceń: izometrii i jednokładności.
16. Podobieństwo figur, cechy podobieństwa trójkątów	Podobieństwo figur i jego własności. Podobieństwo trójkątów. Podobieństwa wielokątów. Stosunek pól figur podobnych. Twierdzenie Talesa i jego związek z podobieństwem.	Wiadomości: – określa podobieństwo trójkątów i wielokątów (WP). Umiejętności: – wskazuje figury podobne (UP); – oblicza pola obrazów wielokątów w podobieństwie (UP).	Stara się, aby uczniowie nabyli doświadczenia w zakresie stosowania zdobytej wiedzy i umiejętności także w sytuacjach praktycznych (powiększanie, zmniejszanie figur).
17. Zastosowanie jednokładności i podobieństwa	Zastosowanie jednokładności i podobieństwa do: zadań konstrukcyjnych, zadań na dowodzenie, zadań na obliczanie wielkości geometrycznych.	Umiejętności: – stosuje zdobyte wiadomości (własności jednokładności i podobieństwa, a także cechy podobieństwa trójkątów) nie tylko do zagadnień teoretycznych (UPP), ale i praktycznych (UP).	Rozwiązuje jak najwięcej rozmaitych zadań, pokazując przydatność zdobytej wiedzy i umiejętności.

### Klasa III

#### ALGEBRA

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągnięcia celów NAUCZYCIEL:
1. Potęga o wykładniku całkowitym	Przypomnienie wiadomości o potędze o wykładniku całkowitym: definicja potęgi o wykładniku naturalnym i całkowitym, działania na potęgach.	Wiadomości: – podaje pojęcie potęgi liczby rzeczywistej o wykładniku całkowitym (WP). Umiejętności: – wykonuje działania na tych potęgach (UP).	Przypomina wiadomości o potędze z klasy pierwszej, wykonuje jak najwięcej ćwiczeń w działaniach na potęgach.

2. Potęga o wykładniku wymiernym	Przypomnienie wiadomości o pierwiastkowaniu liczb rzeczywistych i działaniach na pierwiastkach; potęga liczby rzeczywistej o wykładniku wymiernym i działania na tych potęgach.	Umiętności: – podnosi do potęgi wymiernej liczbę rzeczywistą (UP); – wykonuje działania na potęgach o wykładniku wymiernym (UP); – porównuje potęgi o wykładniku wymiernym (UP).	Przypomina pojęcie pierwiastka arytmetycznego liczby nieujemnej oraz jego własności, a następnie rozszerza pojęcie potęgi oraz bada własności działań na potęgach o wykładniku wymiernym.
3. Działania na potęgach o wykładniku wymiernym	Działania łączne na potęgach, porównywanie potęg.	Umiętności: – osiąga sprawę w działaniach na potęgach i ich porównywaniu (UP).	Rozwiązuje jak najwięcej różnorodnych ćwiczeń podnoszących sprawność rachunkową ucznia.
4. Funkcja potęgowa o wykładniku wymiernym	Przykłady funkcji potęgowych o wykładniku: naturalnym, całkowitym, ujemnym, wymiernym postaci $1/n$ , ich własności i wykres.	Umiętności: – sporządza wykresy prostych funkcji potęgowych (UP); – odczytuje własności funkcji potęgowych z wykresów (UP).	Podaje proste przykłady funkcji potęgowych, sporządza ich wykresy i je omawia.
5. Równania i nierówności potęgowe	Określenie równania potęgowego i nierówności potęgowej, proste przykłady takich równań i nierówności.	Umiętności: – rozwiązuje proste równania i nierówności potęgowe (UP).	Rozwiązuje różne przykłady prostych równań i nierówności potęgowych, stosuje zarówno przekształcenia równoważne, jak i przedstawienia.
6. Funkcja wykładnicza, jej własności i wykres	Definicja funkcji wykładniczej, jej dziedzina, wykres i własności.	Umiętności: – sporządza wykresy funkcji wykładniczych (UP); – odczytuje z wykresów własności funkcji wykładniczych (miejsca zerowe, różnowartościowość, monotoniczność, zbiór wartości) (UP).	Sporządza wykresy funkcji wykładniczych i omawia własności tych funkcji.
7. Równania i nierówności wykładnicze	Określenie równania wykładniczego i nierówności wykładniczej, rozwiązywanie równań i nierówności wykładniczych.	Umiętności: – rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze (UP).	Stosuje własność różnowartościowości funkcji wykładniczej do rozwiązywania równań, zaś monotoniczność – do rozwiązywania nierówności.
8. Logarytmy i ich własności	Definicja logarytmu, własności logarytmów, logarytmowanie wyrażeń.	Umiętności: – wykonuje podstawowe obliczenia przy użyciu logarytmów (UP).	Wprowadza pojęcie logarytmu (podkreśla przy tym, że podstawa logarytmu musi być liczbą dodatnią, różną od 1, a liczący liczbą dodatnią, różną od 1, a liczący

				ba logarytmowana – dodatnia), dowodzi prostych własności logarytmu i wykonuje ćwiczenia z ich zastosowaniem.
9. Funkcja logarytmiczna	Definicja funkcji logarytmicznej, dziedzi- na, zbiór wartości, wykres, różnowarto- ściowość i monotoniczność funkcji lo- garytmicznej.	Umiejętności: – sporządza wykresy funkcji logarytmicznych (UP); – odczytuje z wykresów własności funkcji lo- garytmicznych (UP).	Definiuje funkcję logarytmiczną i bada jej własności, sporządza wykresy funkcji logarytmicznych.	
10. Proste równania i nierówności logarytmiczne	Określenie równania logarytmicznego oraz nierówności logarytmicznej, roz- wiązywanie równań i nierówności loga- rytmicznych.	Umiejętności: – rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne (UP).	Określa równanie i nierówność logaryt- miczną; rozwiązuje równania, korzystając z równowartościowości funkcji logaryt- micznej i nierówności, korzystając z mo- notoniczności funkcji logarytmicznej.	

## GEOMETRIA ANALITYCZNA

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągania celów NAUCZYCIEL:
1. Odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej	Wzór na odległość dwóch punktów.	Umiejętności: – wyznacza odległość dwóch punktów, mając ich współrzędne (UP); – wykonuje inne zadania, posługując się wzorem (np. sprawdza, czy dany punkt należy do odcinka, czy jest jego środkiem itp.) (UP).	Wyprowadza wzór na odległość dwóch punktów, korzystając z twierdzenia Pita- gorasa, rozwiązuje jak najwięcej zadań i ćwiczeń z zastosowaniem tego wzoru.
2. Równanie (nierówność) okręgu (koła)	Przypomnienie definicji okręgu (koła) oraz równanie (nierówność) okręgu (koła).	Umiejętności: – odczytuje z równania (nierówności) okręgu (koła) współrzędne środka okręgu (koła) i promień (UP); – zapisuje równanie (nierówność) okręgu (koła), mając współrzędne środka i pro- mień (UP); – rozstrzyga, czy dany punkt leży wewnątrz, na brzegu czy na zewnątrz koła (UP).	Wyprowadza równanie (nierówność) okręgu (koła) oraz rozwiązuje jak naj- więcej zadań z tym związanych.

3. Prosta na płaszczyźnie kartezjańskiej	Różne postaci równania prostej: ogólna, kierunkowa, odcinkowa.	Umiejętności: – zapisuje równanie prostej, mając dwa różne punkty, które ją wyznaczają (UPP); – zapisuje równanie prostej, mając jej kąt nachylenia do osi $Ox$ i punkt (UP).	Omawia pojęcie kąta nachylenia prostej do osi $Ox$ , następnie ogólną postać równania prostej, wykonuje dużo ćwiczeń w pisaniu równań prostych na podstawie różnych danych.
4. Prostokąt i równoległość dwóch prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej	Warunki prostokątności i równoległości prostych o równaniach: ogólnych, kierunkowych.	Umiejętności: – rozpoznaje równania prostych do siebie, prostokątnych, równoległych lub pokrywających się (UP).	Podaje warunki prostokątności i równoległości prostych zadanych równaniami: ogólnymi, kierunkowymi, rozwiązuje wiele związanych z tym zadań.
5. Odległość punktu od prostej	Wzór na odległość punktu od prostej o równaniu ogólnym.	Umiejętności: – oblicza odległość punktu od prostej (UP); – rozstrzyga wzajemne położenie na przykład prostej względem okręgu, mając równanie tej prostej oraz okręgu (UP).	Wyprowadza wzór na odległość punktu od prostej oraz rozwiązuje zadania z zastosowaniem tego wzoru.
6. Prosta i okrąg na płaszczyźnie kartezjańskiej	Zadania z geometrii analitycznej związane z prostą i okręgiem.	Umiejętności: – rozwiązuje zadania z prostą i okręgiem (np. zapisuje równanie okręgu opisanego na trójkącie) (UP).	Wykorzystuje zdobyte wiadomości z geometrii analitycznej do rozwiązywania zadań z okręgiem i prostą.
7. Nierówność opisująca półpłaszczyznę	Ilustracja geometryczna nierówności liniowej z dwiema niewiadomymi.	Umiejętności: – ilustruje na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane za pomocą nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi (UPP).	Podaje ilustracje geometryczne na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiorów punktów o współrzędnych spełniających daną nierówność liniową z dwiema niewiadomymi.

### STEREOMETRIA

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZENI:	Procedury osiągnięcia celów NAUCZYCIEL:
1. Pojęcie graniastosłupa, rodzaje graniastosłupów	Definicje graniastosłupa i klasyfikacja graniastosłupów, pojęcie wysokości graniastosłupa, wzory na objętość i pole powierzchni graniastosłupa.	Wiadomości: – definiuje pojęcie graniastosłupa (WP). Umiejętności: – rozpoznaje graniastosłupy proste, prawidłowe (UP); – oblicza objętość i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa (UP).	Kształtuje wyobraźnię przestrzenną, różni rodzaje graniastosłupów, omawia wysokość graniastosłupa, oblicza objętość i pole powierzchni całkowitej na podstawie podanych wzorów.

2. Pojęcie ostrosłupa, rodzaje ostrosłupów	Definicja ostrosłupa i klasyfikacja ostrosłupów, wysokość ostrosłupa, wzory na objętość i pole powierzchni ostrosłupa, ostrosłup ścięty oraz wzór na jego objętość.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– definiuje pojęcie ostrosłupa (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje ostrosłup prawidłowy (UP);</li> <li>– oblicza objętość i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa (UP);</li> <li>– oblicza objętość ostrosłupa ściętego (UPP).</li> </ul>	Rozważa różne rodzaje ostrosłupów; rysuje ich modele; omawia wysokość ostrosłupa, badając, gdzie znajduje się jego spodek; wyprowadza wzór na objętość ostrosłupa ściętego, korzystając ze wzoru na objętość ostrosłupa.
3. Wzajemne położenie krawędzi i ścian graniastostupów i ostrosłupów	Kąty nachylenia: ściany bocznej; krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy; kąt między wysokościami ścian bocznych, krawędzie skośne czworoscianu, przekątne skośne.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje: kąty nachylenia liniowych elementów graniastostupów i ostrosłupów do płaszczyzny podstawy; kąty między tymi elementami; kąty dwuściennie ściany bocznej i podstawy oraz ścian bocznych (UPP).</li> </ul>	Bada położenie krawędzi i ścian graniastostupów oraz ostrosłupów na modelach tych brył, a także na ich rysunkach.
4. Bryły obrotowe	Pojęcie bryły obrotowej i przykłady takich brył: walec, stożek, kula; wzory na ich objętość i pole powierzchni całkowitej.	<p>Wiadomości:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje bryły obrotowe (WP).</li> </ul> <p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza objętość i pole powierzchni całkowitej brył obrotowych (UP).</li> </ul>	Dąży do tego, aby przy obliczaniu objętości i pól powierzchni całkowitej brył uczniowie stosowali funkcje trygonometryczne i elementy geometrii płaszczyzny.
5. Siatki brył	Siatki graniastostupów, ostrosłupów, brył obrotowych.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wykonuje siatki brył (UP);</li> <li>– rozpoznaje bryłę na podstawie jej siatki (UPP).</li> </ul>	Wykonuje ćwiczenia, które powinny doprowadzić do tego, aby uczniowie potrafili narysować siatkę odpowiedniego modelu bryły i na podstawie przedstawionej siatki umieli rozpoznać bryłę bądź stwierdzić, że nie odpowiada żadnej z poznanych brył.
6. Zadania z bryłami z zastosowaniem trygonometrii	Zadania na: obliczanie objętości i pól powierzchni całkowitych wybranych brył; wyznaczanie miar kątów nachylenia, kątów dwuściennych itp.; dowodzenie prostych zależności między elementami brył.	<p>Umiejętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje różne proste zadania ze stereometrii, posługując się wiedzą z geometrii płaszczyzny i trygonometrią (UP).</li> </ul>	W rozwiązywaniu zadań ze stereometrii odnosi się do przykładów z życia codziennego, np. kubatury budynków, pojemności basenów itp.

## RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Hasło	Realizowane treści	Cele kształcenia i osiągnięcia ucznia UCZEN:	Procedury osiągnięcia celów NAUCZYCIEL:
1. Pojęcie silni, permutacji zbioru	Definicja silni, permutacji zbioru, liczba permutacji zbioru.	Umiejętności: – oblicza i przekształca wyrażenia z silnią (UP); – wyznacza permutacje zbiorów i ich liczby (UP).	Wykonuje jak najwięcej ćwiczeń.
2. Symbol Newtona	Określenie symbolu Newtona oraz dowodzenie jego podstawowych własności.	Umiejętności: – posługuje się symbolem Newtona (UP).	Wprowadza symbol Newtona i jego podstawowe własności oraz wykonuje ćwiczenia rachunkowe.
3. Kombinacje i wariacje	Określenie kombinacji zbioru oraz wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń.	Wiadomości: – odróżnia wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń elementów danego zbioru (WP); – odróżnia kombinacje od wariacji (WP). Umiejętności: – wyznacza kombinacje zbioru skończonego (UP); – wyznacza liczbę kombinacji i wariacji (UP).	Stara się, aby uczeń zrozumiał nowe pojęcia, umiał odróżniać oraz wyznaczać kombinacje i wariacje (warto ustalić zależność między liczbą kombinacji danego zbioru a liczbą wariacji bez powtórzeń tego zbioru).
4. Proste zadania kombinatoryczne	Rozwiązywanie zadań związanych z pojęciami kombinatorycznymi.	Umiejętności: – rozwiązuje zadania kombinatoryczne (UP).	Odnosi się do zadań z różnych dziedzin, na przykład związane z grami liczbowymi, talią kart do gry, numeracją tablic rejestracyjnych itp.
5. Zdarzenie elementarne, zdarzenie i działania na zdarzeniach	Język rachunku prawdopodobieństwa; pojęcie zdarzenia i działania na zdarzeniach: koniunkcja, alternatywa, różnica, zdarzenie przeciwne do danego.	Wiadomości: – rozumie język rachunku prawdopodobieństwa i kojarzy pojęcie zdarzenia oraz działania na nich z pojęciami nauki o zbiorach (WP). Umiejętności: – podaje przykłady zdarzeń (UP).	Stara się nawiązywać (w realizacji zagadnień) do wiadomości z teorii zbiorów; rozważa jak najwięcej przykładów.
6. Pojęcie prawdopodobieństwa i jego własności	Pojęcie częstości zdarzenia i jej związek z prawdopodobieństwem; definicja prawdopodobieństwa i jego własności.	Wiadomości: – definiuje prawdopodobieństwo (WP); – poznaje funkcję, której argumentami są zbiory (zdarzenia) (WPP).	Bada własności pojęcia częstości, definiuje (za Kołmogorowem) prawdopodobieństwo i dowodzi jego podstawowych

			<p>Umiętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wykazuje proste jego własności (UP).</li> </ul>	<p>własności; rozwiązuje także proste zadania związane z nowym z pojęciem.</p>
7. Klasyzna definicja prawdopodobieństwa	<p>Twierdzenie o rozkładzie prawdopodobieństwa, klasyczna definicja prawdopodobieństwa; obliczanie prawdopodobieństw w skończonych przestrzeniach probabilistycznych.</p>		<p>Umiętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje najprostsze zadania (z rzutem kostką, dwiema kostkami, monetą, dwiema monetami, kostką i monetą) z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa (UP).</li> </ul>	<p>Formuluje twierdzenie o rozkładzie prawdopodobieństwa, a następnie rozważa przypadek jednakowo prawdopodobnych zdarzeń elementarnych, otrzymując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</p>
8. Zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa	<p>Permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń w zadaniach z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa.</p>		<p>Umiętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa z zastosowaniem elementów kombinatoryki i klasycznej definicji prawdopodobieństwa (UPP).</li> </ul>	<p>W rozwiązywanych zadaniach zwraca uwagę na: opis przestrzeni zdarzeń elementarnych (możliwych wyników doświadczenia losowego), wyznaczanie ich liczby; opis interesującego zdarzenia, wyznaczanie liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających temu zdarzeniu.</p>
9. Elementy statystyki opisowej	<p>Średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, wariacje i odchylenia standardowe.</p>		<p>Umiętności:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- odczytuje dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów (UP);</li> <li>- przedstawia dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów (UP);</li> <li>- przeprowadza analizę ilościową przedstawianych danych (UP);</li> <li>- oblicza średnie danych liczbowych oraz odchylenia od nich (UP).</li> </ul>	<p>Interpretuje jakościowo informacje zawarte w tabelach, diagramach i wykresach oraz ustala i formuluje proste zależności między nimi; wykorzystuje te informacje w toku badania typowych sytuacji problemowych.</p>