

Małgorzata Mularska

Matematyka

PROGRAM NAUCZANIA

dla liceum ogólnokształcącego
Zakres rozszerzony

 **OPERON**

Gdynia 2009

Projekt okładki: Artur Tarasiewicz
Redaktor prowadzący: Artur Lenckowski
Redakcja: zespół
Redakcja graficzna i skład: Danuta Jarzembek, Sebastian Czuba
Korekta: Joanna Dąbrowska-Samaszko

Program dopuszczony do użytku szkolnego przez ministra właściwego do spraw oświaty i wychowania i wpisany do wykazu programów przeznaczonych do kształcenia ogólnego do nauczania matematyki w zakresie rozszerzonym na poziomie liceum, na podstawie opinii rzeczoznawców: dr. hab. Jacka M. Jędrzejewskiego i mgr. Marka Sadowskiego.

Numer dopuszczenia DPN-5002-06/09

Program jest zgodny z podstawą programową kształcenia ogólnego dla liceów ogólnokształcących, liceów profilowanych i techników w zakresie rozszerzonym (rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej z dnia 23 sierpnia 2007 r., Dz.U. Nr 157, poz. 1100).

© Copyright by Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON Sp. z o.o. & Małgorzata Mularska
Gdynia 2007

Wszelkie prawa zastrzeżone. Kopiowanie w całości lub we fragmentach bez zgody wydawcy
zabronione.

2-9/V

Wydawca:
Wydawnictwo Pedagogiczne OPERON Sp. z o.o.
81-212 Gdynia, ul. Hutnicza 3
tel. centrali 058 679 00 00
e-mail: info@operon.pl
<http://www.operon.pl>

ISBN 978-83-7461-874-8

Spis treści

I. Założenia programu	4
II. Ogólne cele edukacyjne	4
III. Ramowy rozkład materiału – proponowany przydział godzin	5
IV. Treści kształcenia, cele edukacyjne i założone osiągnięcia ucznia	11
V. Procedury osiągania celów kształcenia	33
VI. Metody oceny osiągnięć uczniów	35

I. Założenia programu

Niniejszy program nauczania zawiera opis celów kształcenia, treści, sposobów nauczania oraz osiągnięć uczniów liceum ogólnokształcącego uczących się matematyki w zakresie rozszerzonym. Wynikają one z podstawy programowej kształcenia ogólnego (Rozporządzenie Ministra Edukacji Narodowej i Sportu z dnia 26 lutego 2002 r. w sprawie podstawy programowej wychowania przedszkolnego oraz kształcenia ogólnego w poszczególnych typach szkół, z uwzględnieniem późniejszych zmian, w tym rozporządzenia z dnia 23 sierpnia 2008 r.). Program uwzględnia także wymagania egzaminacyjne przedstawione przez Centralną Komisję Egzaminacyjną w *Informatorze maturalnym od 2005 roku* (www.cke.edu.pl).

Nauczanie matematyki na poziomie rozszerzonym jest nastawione na rozumienie i samodzielne wnioskowanie. Uczeń powinien się wykazać umiejętnością rozwiązywania zadań problemowych. W wykazie założonych osiągnięć ucznia szczegółowo podano osiągnięcia wynikające z poszczególnych celów nauczania matematyki. Realizacja programu powinna się przyczynić do nabycia przez ucznia umiejętności posługiwania się matematyką jako specyficznym językiem porozumiewania się, argumentowania, wykonywania potrzebnych obliczeń oraz opisywania zjawisk z życia codziennego.

Materiał nauczania został podzielony na klasy. Przyjęto, że w klasie pierwszej i drugiej jest 37 tygodni nauki, a w trzeciej – 26. Każde zagadnienie zostało uszczegółowione, z uwzględnieniem pojęć, własności, definicji, twierdzeń i umiejętności. Program opracowany został dla matematyki nauczanej w wymiarze 5 godzin tygodniowo w cyklu trzyletnim, ale jego realizacja jest możliwa także w cyklu 4 godzin w ujęciu trzyletnim. Przy podziale materiału na poszczególne lata nauki w liceum ogólnokształcącym pewną ilość godzin zostawiono do dyspozycji nauczyciela. Może je on wykorzystać na realizację zagadnień, które sprawią uczniom najwięcej problemów. Prezentowany program zakłada aktywność oraz indywidualizm nauczyciela. Ponieważ zakres wiadomości i umiejętności młodzieży podejmującej naukę w liceum jest zróżnicowany, dlatego zaproponowany w klasie pierwszej układ treści umożliwi rozpoczęcie nauki od powtórzenia i uzupełnienia niezbędnych wiadomości z gimnazjum.

II. Ogólne cele edukacyjne

Opracowany program nauczania matematyki ma na celu wykształcenie u uczniów umiejętności operowania najprostszymi obiektami abstrakcyjnymi: liczbami, zmiennymi i zbudowanymi z nich wyrażeniami algebraicznymi, zbiorami (liczb, punktów, zdarzeń elementarnych) oraz funkcjami. Uczeń, który opanuje ten program, będzie potrafił budować modele matematyczne przydatne do rozwiązywania problemów praktycznych, na przykład napotykanych w życiu codziennym, a także projektować obliczenia oraz je wykonywać. Pozna podstawowe elementy myślenia matematycznego i nabędzie umiejętność samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej. Realizując program, należy dążyć do tego, aby uczeń potrafił:

- myśleć analitycznie i syntetycznie,
- wypowiadać się w sposób jasny, spójny i logiczny,
- samodzielnie organizować sobie pracę,
- korzystać z encyklopedii, leksykonów, czasopism matematycznych oraz Internetu,
- korzystać z nowoczesnych narzędzi wspomagających rozwiązywanie problemów matematycznych (kalkulatorów, komputerów),
- odczytywać i interpretować tabele, diagramy i wykresy,
- przedstawiać dane w różnych formach: symbolicznej, graficznej, za pomocą wzorów,
- dostrzegać różnego rodzaju związku i zależności,
- formułować samodzielnie wnioski,

- dokonywać oceny własnego sposobu uczenia się,
- współpracować w grupie przy rozwiązywaniu problemów.

Należy stwarzać takie sytuacje dydaktyczne, aby uczeń analizował dostrzeżone wokół siebie problemy, wykorzystując zdobytą wiedzę matematyczną. Nauczanie matematyki w szkole ponadgimnazjalnej ma nie tylko zaznajomić ucznia z zagadnieniami matematycznymi, ale także sprzyjać jego wszechstronnemu rozwojowi, rozwijaniu jego zainteresowań oraz uzdolnień.

Nauczając matematyki, nie wolno zapominać o realizacji celów wychowawczych. Na lekcjach powinno się wdrażać ucznia do wykonywania dokładnych obliczeń, starannych rysunków, przejrzystych, logicznych zapisów. Należy wymagać od ucznia poprawnych wypowiedzi, używania języka matematycznego, ale także wyrabiać w nim takie cechy, jak: systematyczność, pracowitość, dokładność, koleżeństwo, życzliwość, tolerancję, prawdomówność.

Na przebieg procesu dydaktycznego ogromny wpływ ma osobowość nauczyciela, jego osobiste zaangażowanie oraz przyjazny i pełen szacunku stosunek do uczniów. Bardzo ważne jest, by nauczyciel aktywizował uczniów. Ogromną rolę spełniają w tym zakresie oceny, ale również pochwały. Trzeba pamiętać, że popełnianie błędów jest nieodłącznym elementem nauki. Trzeba więc stwarzać na lekcjach matematyki atmosferę życzliwości, ale również ustalić jasne zasady postępowania.

III. Ramowy rozkład materiału – proponowany przydział godzin

Rok szkolny liczy około 37 tygodni. Przy założeniu, że w każdym tygodniu uczeń ma 5 godzin matematyki, nauczyciel dysponuje 185 godzinami rocznie. W klasie trzeciej rok szkolny trwa około 26 tygodni, co daje około 130 godzin matematyki.

Poniżej przedstawiono podział treści programowych na poszczególne klasy oraz orientacyjną liczbę godzin potrzebną na ich realizację. Zaproponowany rozkład materiału nauczania w każdej z trzech klas jest jedynie propozycją realizacji prezentowanego programu. Na podstawie tego rozkładu nauczyciel ma możliwość opracowania własnego rozkładu, uwzględniającego przydział godzin w cyklu kształcenia, jak również możliwości percepcyjne oraz zainteresowania uczniów.

Propozycja rozkładu materiału

Tematy nadobowiązkowe są zapisane kursywą.

Klasa I – 165 godzin + 20 godzin do dyspozycji nauczyciela

I. Liczby i działania (27 godz.)

1. Liczby naturalne i całkowite (2 godz.)
2. 0 podzielności liczb (3 godz.)
3. Liczby wymierne (2 godz.)
4. Liczby niewymierne (3 godz.)
5. Liczby rzeczywiste (2 godz.)
6. Obliczenia procentowe (5 godz.)
7. Potęgi (2 godz.)
8. Pierwiastki (3 godz.)
9. Potęgi o wykładnikach wymiernych (2 godz.)
10. Powtórzenie (1 godz.)
11. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

II. Zdania i zbiory (20 godz.)

1. Zdanie i forma zdaniowa (1 godz.)
2. Koniunkcja i alternatywa (1 godz.)
3. Implikacja i równoważność (2 godz.)
4. Kwantyfikatory (1 godz.)
5. Negacja (1 godz.)
6. Prawa rachunku zdań (2 godz.)
7. O dowodzeniu twierdzeń (1 godz.)
8. Zbiory i działania na nich (2 godz.)
9. Oś i przedziały liczbowe (1 godz.)
10. Odległość punktów na osi i wartość bezwzględna liczby rzeczywistej (1 godz.)
11. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (2 godz.)
12. Przybliżenia (2 godz.)
13. Powtórzenie (1 godz.)
14. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

III. Rachunek algebraiczny (20 godz.)

1. Wzory skróconego mnożenia (2 godz.)
2. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych (3 godz.)
3. Przekształcanie wzorów (2 godz.)
4. Ćwiczenia w działaniach na potęgach i pierwiastkach (4 godz.)
5. Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia do rozwiązywania równań kwadratowych zupełnych i niezupełnych (2 godz.)
6. Symbol Newtona (2 godz.)
7. Dwumian Newtona (2 godz.)
8. Powtórzenie (1 godz.)
9. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

IV. Wektory i przekształcenia (18 godz.)

1. Pojęcie wektora (2 godz.)
2. Wektory w układzie współrzędnych (3 godz.)
3. Symetria osiowa (3 godz.)
4. Przesunięcie (2 godz.)
5. Obrót (2 godz.)
6. Symetria środkowa (3 godz.)
7. Powtórzenie (1 godz.)
8. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

V. Funkcja i jej własności (25 godz.)

1. Pojęcie funkcji (1 godz.)
2. Dziedzina i zbiór wartości funkcji (2 godz.)
3. Wykres funkcji (2 godz.)
4. Miejsca zerowe funkcji (1 godz.)
5. Monotoniczność funkcji (2 godz.)
6. Wartość największa i najmniejsza funkcji (1 godz.)
7. Funkcja różnowartościowa (1 godz.)
8. Funkcje parzyste i nieparzyste (1 godz.)
9. Funkcja okresowa (1 godz.)
10. Odczytywanie własności funkcji z wykresu (2 godz.)

11. Przekształcanie wykresów funkcji (6 godz.)
12. Funkcja liniowa (2 godz.)
13. Powtórzenie (1 godz.)
14. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

VI. Trygonometria (30 godz.)

1. Funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym (1 godz.)
2. Pojęcie miary kąta (1 godz.)
3. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta (1 godz.)
4. Miara łukowa kąta (1 godz.)
5. Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej (2 godz.)
6. Wzory redukcyjne (2 godz.)
7. Związki między funkcjami trygonometrycznymi (2 godz.)
8. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów (2 godz.)
9. Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych (2 godz.)
10. Tożsamości trygonometryczne (2 godz.)
11. Wykresy funkcji trygonometrycznych (4 godz.)
12. Proste równania trygonometryczne (2 godz.)
13. Proste nierówności trygonometryczne (2 godz.)
14. Rozwiązywanie równań i nierówności trygonometrycznych (3 godz.)
15. Powtórzenie (1 godz.)
16. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

VII. Elementy geometrii płaszczyzny (25 godz.)

1. Odległość punktów na płaszczyźnie (1 godz.)
2. Okrąg i koło (1 godz.)
3. Wzajemne położenie prostej i okręgu (1 godz.)
4. Wzajemne położenie dwóch okręgów na płaszczyźnie (2 godz.)
5. Kąty w kole (2 godz.)
6. Czworokąt wpisany w okrąg (1 godz.)
7. Czworokąt opisany na okręgu (1 godz.)
8. Twierdzenie Talesa (2 godz.)
9. Figury jednokładne (2 godz.)
10. Figury podobne (2 godz.)
11. Cechy podobieństwa trójkątów (2 godz.)
12. Zastosowanie trygonometrii w planimetrii (1 godz.)
13. Twierdzenie sinusów (2 godz.)
14. Twierdzenie cosinusów (2 godz.)
15. Powtórzenie (1 godz.)
16. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

Klasa II – 165 godzin + 20 godzin do dyspozycji nauczyciela

I. Równania i nierówności liniowe (19 godz.)

1. *Równanie liniowe jednej zmiennej (1 godz.)*
2. *Równanie liniowe z parametrem (3 godz.)*
3. *Nierówność liniowa jednej zmiennej (1 godz.)*
4. *Układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą (1 godz.)*
5. *Równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną (3 godz.)*

6. Równania i nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi (2 godz.)
7. Interpretacja geometryczna układu równań liniowych (2 godz.)
8. *Rozwiązywanie układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi (1 godz.)*
9. Układy nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi (2 godz.)
10. Powtórzenie (1 godz.)
11. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

II. Funkcja kwadratowa (24 godz.)

1. Jednomian stopnia drugiego (1 godz.)
2. Postać ogólna i kanoniczna funkcji kwadratowej (1 godz.)
3. Miejsca zerowe i postać iloczynowa trójmianu kwadratowego (2 godz.)
4. Wartość największa i najmniejsza funkcji kwadratowej (3 godz.)
5. Wzory Viète'a (2 godz.)
6. Równania kwadratowe (1 godz.)
7. Nierówności kwadratowe (2 godz.)
8. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem (4 godz.)
9. *Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną (2 godz.)*
10. Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych (3 godz.)
11. Powtórzenie (1 godz.)
12. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

III. Wielomiany (24 godz.)

1. Wielomian jednej zmiennej (2 godz.)
2. Działania na wielomianach (3 godz.)
3. *Schemat Hornera* i twierdzenie Bézouta (3 godz.)
4. Pierwiastek wielomianu i jego krotność (3 godz.)
5. Rozkład wielomianu na czynniki (4 godz.)
6. Równania wielomianowe (2 godz.)
7. Wykresy niektórych wielomianów (1 godz.)
8. Nierówności wielomianowe (3 godz.)
9. Powtórzenie (1 godz.)
10. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

IV. Funkcja wymierna (16 godz.)

1. Działania na wyrażeniach wymiernych (3 godz.)
2. *Funkcje wymierne (1 godz.)*
3. Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ (1 godz.)
4. *Funkcja homograficzna (1 godz.)*
5. Równania wymierne (4 godz.)
6. Nierówności wymierne (3 godz.)
7. Powtórzenie (1 godz.)
8. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

V. Ciągi (35 godz.)

1. *Zasada indukcji matematycznej (4 godz.)*
2. Pojęcie ciągu (2 godz.)
3. *Monotoniczność ciągu, ciąg ograniczony (2 godz.)*
4. Ciąg arytmetyczny i jego własności (2 godz.)
5. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (2 godz.)

6. Ciąg geometryczny i jego własności (2 godz.)
7. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego (2 godz.)
8. Procent składany (3 godz.)
9. *Pojęcie granicy ciągu (2 godz.)*
10. *Własności ciągów zbieżnych (4 godz.)*
11. *Ciągi rozbieżne do nieskończoności (2 godz.)*
12. *Szereg geometryczny (5 godz.)*
13. Powtórzenie (1 godz.)
14. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

VI. Elementy geometrii płaszczyzny II (20 godz.)

1. Figury ograniczone (1 godz.)
2. Kąty (1 godz.)
3. Położenie prostych na płaszczyźnie (1 godz.)
4. Półproste i odcinki. Łamana i wielokąt (1 godz.)
5. Trójkąty (3 godz.)
6. Czworokąty (2 godz.)
7. Pole trójkąta (4 godz.)
8. Pola wielokątów (4 godz.)
9. Powtórzenie (1 godz.)
10. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

VII. Elementy statystyki opisowej (10 godz.)

1. Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta (2 godz.)
2. Średnia ważona (2 godz.)
3. Wariancja i odchylenie standardowe (3 godz.)
4. Rozwiązywanie zadań z zastosowaniem elementów statystyki opisowej (2 godz.)
5. Powtórzenie (1 godz.)

VIII. Geometria analityczna (17 godz.)

1. Prosta na płaszczyźnie kartezjańskiej – różne postaci równania prostej (2 godz.)
2. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej (2 godz.)
3. Warunki równoległości i prostopadłości dwóch prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej (2 godz.)
4. Zastosowanie warunków równoległości i prostopadłości prostych w zadaniach (2 godz.)
5. Prosta i okrąg na płaszczyźnie kartezjańskiej w zadaniach (5 godz.)
6. Nierówność opisująca półpłaszczyznę (1 godz.)
7. Powtórzenie (1 godz.)
8. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

Klasa III – 100 godzin + 35 godzin do dyspozycji nauczyciela (np. na powtórzenia i przygotowanie do matury)

I. Stereometria (20 godz.)

1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni (1 godz.)
2. Rzut równoległy punktu na płaszczyznę (1 godz.)
3. Wielościany (1 godz.)
4. Graniastosłupy (2 godz.)
5. Ostrosłupy (2 godz.)

6. Przekroje graniastostupów i ostrostupów (2 godz.)
7. Wielościany foremne (1 godz.)
8. Pola powierzchni i objętości wielościanów (1 godz.)
9. Walec (1 godz.)
10. Stożek (2 godz.)
11. Kula i sfera (1 godz.)
12. Obliczanie pól powierzchni i objętości brył z zastosowaniem trygonometrii (2 godz.)
13. Powtórzenie (1 godz.)
14. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

II. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne (20 godz.)

1. Potęga o wykładniku rzeczywistym (2 godz.)
2. Funkcja wykładnicza i jej własności (2 godz.)
3. Proste równania wykładnicze (1 godz.)
4. Proste nierówności wykładnicze (1 godz.)
5. Rozwiązywanie równań i nierówności wykładniczych (2 godz.)
6. Pojęcie i własności logarytmu (2 godz.)
7. Funkcja logarytmiczna i jej własności (1 godz.)
8. Proste równania logarytmiczne (1 godz.)
9. Proste nierówności logarytmiczne (1 godz.)
10. Rozwiązywanie równań i nierówności logarytmicznych (2 godz.)
11. *Układy równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych (2 godz.)*
12. Powtórzenie (1 godz.)
13. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

III. Kombinatoryka (7 godz.)

1. Permutacje (1 godz.)
2. Wariacje z powtórzeniami oraz bez powtórzeń (2 godz.)
3. Kombinacje (1 godz.)
4. Zadania kombinatoryczne (2 godz.)
5. Powtórzenie (1 godz.)

IV. Rachunek prawdopodobieństwa (23 godz.)

1. Pojęcie zdarzenia elementarnego i zdarzenia (2 godz.)
2. Pojęcie prawdopodobieństwa oraz jego własności (2 godz.)
3. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa (1 godz.)
4. Zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa (3 godz.)
5. Obliczanie prawdopodobieństwa za pomocą drzewa (2 godz.)
6. *Prawdopodobieństwo warunkowe (2 godz.)*
7. *Wzór na prawdopodobieństwo całkowite (2 godz.)*
8. *Niezależność pary zdarzeń (1 godz.)*
9. *Niezależność n zdarzeń ($n > 2$) (1 godz.)*
10. *Schemat Bernoulliego (4 godz.)*
11. Powtórzenie (1 godz.)
12. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

V. Ciągłość i pochodna funkcji (30 godz.)

1. *Granica funkcji w punkcie (1 godz.)*
2. *Granice jednostronne (2 godz.)*

3. Granica niewłaściwa funkcji w punkcie (1 godz.)
4. Granica funkcji w nieskończoności (1 godz.)
5. Obliczanie granic (2 godz.)
6. Ciągłość funkcji w punkcie i w przedziale (2 godz.)
7. Własności funkcji ciągłych (1 godz.)
8. Iloraz różnicowy funkcji (1 godz.)
9. Pochodna funkcji w punkcie (1 godz.)
10. Styczna do wykresu funkcji (1 godz.)
11. Pochodna jako funkcja (2 godz.)
12. Obliczanie pochodnych wielomianów i funkcji wymiernych (3 godz.)
13. Monotoniczność funkcji różniczkowalnych (2 godz.)
14. Ekstremum funkcji różniczkowalnej (4 godz.)
15. Zastosowania pochodnych do rozwiązywania zadań na ekstremum (3 godz.)
16. Powtórzenie (1 godz.)
17. Praca klasowa i jej omówienie (2 godz.)

IV. Treści kształcenia, cele edukacyjne i założone osiągnięcia ucznia

Klasa I

1. Liczby i działania

- zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory; prawa działań w R
- liczby: naturalne, całkowite, wymierne, niewymierne
- liczby pierwsze i złożone
- rozkład liczby na czynniki
- dzielniki liczb naturalnych
- cechy podzielności przez 2, 3, 4, 5, 6, 9, 11
- NWD dwóch liczb naturalnych
- NWW dwóch liczb naturalnych
- algorytm Euklidesa
- działania na liczbach wymiernych
- rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej
- własności działań na potęgach o wykładniku całkowitym
- potęga o wykładniku wymiernym, działania na potęgach i pierwiastkach
- działania na procentach
- zadania praktyczne z zastosowaniem procentu
- notacja wykładnicza

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie wiadomości o liczbach naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych
- pozna relacje, jakie zachodzą między podzbiarami zbioru liczb rzeczywistych
- przypomni sobie prawa działań w R
- przypomni sobie metody znajdowania NWD i NWW dwóch liczb naturalnych
- pozna algorytm Euklidesa
- przypomni sobie prawa działań na pierwiastkach i potęgach o wykładniku całkowitym
- pozna definicję potęgi o wykładniku wymiernym oraz prawa działań dotyczące potęg o wykładniku wymiernym
- przypomni sobie pojęcie procentu i nauczy się sprawnie operować procentami

- pozna pojęcie promila oraz punktu procentowego
- będzie kształcił umiejętność odczytywania diagramów procentowych, kołowych i słupkowych oraz ich budowania

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- planuje i wykonuje obliczenia
- podaje przykłady liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i niewymiernych; pierwszych i złożonych
- podaje rozkład danej liczby naturalnej na czynniki pierwsze
- wskazuje liczby względnie pierwsze
- znajduje NWD i NWW dwóch liczb naturalnych
- przedstawia liczby wymierne w różnych postaciach (ułamek zwykły, ułamek dziesiętny skończony lub nieskończony okresowy)
- porównuje liczby wymierne
- wykonuje cztery działania na liczbach wymiernych
- usuwa proste niewymierności z mianownika ułamka
- stosuje w praktyce prawa działań na liczbach rzeczywistych
- posługuje się procentem oraz punktem procentowym przy rozwiązywaniu zadań tekstowych
- wykonuje działania na potęgach i pierwiastkach
- upraszcza pierwiastki i znajduje ich przybliżone wartości za pomocą kalkulatora
- upraszcza wyrażenia zawierające potęgi o wykładniku wymiernym i pierwiastki
- odczytuje dane z tabel, wykresów i diagramów

2. Zdania i zbiory

- *zdanie logiczne*
- *koniunkcja, alternatywa, implikacja i równoważność zdań*
- *negacja zdania*
- *niektóre prawa logiczne i ich zastosowanie*
- *forma zdaniowa jednej zmiennej*
- *kwantyfikator ogólny i szczegółowy*
- *negacja zdania z kwantyfikatorem*
- *budowa twierdzeń*
- *pojęcie zbioru, przykłady zbiorów*
- *zbiór, element zbioru, suma, różnica i iloczyn zbiorów*
- *dopełnienie zbioru*
- *wartość bezwzględna liczby*
- *własności wartości bezwzględnej*
- *odległość punktów na osi liczbowej*
- *interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej*
- *proste równania i nierówności z wartością bezwzględną i ich interpretacja geometryczna*
- *oś liczbową*
- *przedziały na osi liczbowej*
- *sumy, różnice i iloczyny przedziałów*
- *szacowanie i przybliżenia, błąd bezwzględny i względny przybliżenia*
- *przybliżenia w życiu codziennym*

Cele edukacyjne

Uczeń:

- *pozna zdania proste i złożone*

- pozna funktory logiczne
- pozna niektóre prawa logiczne
- pozna formy zdaniowe
- pozna kwantyfikatory ogólny i szczegółowy
- nauczy się negować zdanie z kwantyfikatorem
- zapozna się z budową twierdzenia, zdobędzie umiejętność dowodzenia twierdzeń metodą wprost i nie wprost
- pozna pojęcia: zbiór pusty, zbiór skończony i nieskończony, podzbiór, równość zbiorów, zbiory rozłączne, dopełnienie zbioru
- zapozna się z symboliką dotyczącą zbiorów
- pozna pojęcie sumy, różnicy i iloczynu zbiorów
- pozna własności działań na zbiorach
- pozna pojęcie i własności wartości bezwzględnej
- nauczy się obliczać odległość punktów na osi liczbowej
- pozna interpretację geometryczną wartości bezwzględnej
- nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności z wartością bezwzględną
- poda definicje przedziałów: otwartych, domkniętych, nieskończonych
- nauczy się zapisywać za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami
- nauczy się wyznaczać sumę, różnicę, iloczyn i dopełnienie przedziałów liczbowych
- nauczy się przybliżać wartości liczbowe i szacować błąd przybliżenia

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- wskazuje zdanie logiczne i ocenia jego wartość logiczną
- buduje zdania złożone
- buduje negację zdania
- ocenia wartość logiczną zdania złożonego
- dowodzi praw logicznych
- stosuje poznane prawa logiczne
- neguje zdanie z kwantyfikatorem
- odróżnia zdanie od formy zdaniowej
- przeprowadza prosty dowód wprost lub nie wprost
- posługuje się symboliką matematyczną dotyczącą zbiorów
- wyznacza sumę, iloczyn, różnicę i dopełnienie zbioru
- podaje wartość bezwzględną dowolnej liczby
- stosuje definicję i własności wartości bezwzględnej
- korzysta z interpretacji geometrycznej wartości bezwzględnej
- oblicza odległość punktów na osi liczbowej
- rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną
- zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną
- podaje interpretację geometryczną równań i nierówności z wartością bezwzględną
- stosuje definicję i własności wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej w rozwiązywaniu zadań
- zapisuje za pomocą przedziałów zbiory opisane nierównościami
- zapisuje przedziały za pomocą nierówności
- wyznacza sumę, iloczyn, różnicę oraz dopełnienie przedziałów liczbowych
- wyznacza przybliżenia danej liczby z zadaną dokładnością
- oblicza błąd względny i bezwzględny

3. Rachunek algebraiczny

- wzory skróconego mnożenia (kwadrat sumy i różnicy dwóch wyrażeń, różnica kwadratów, sześcian sumy i różnicy dwóch wyrażeń, suma i różnica sześcianów)
- przekształcanie wyrażeń algebraicznych
- przekształcanie wzorów
- ćwiczenia w działaniach na potęgach i pierwiastkach
- zastosowanie wzorów skróconego mnożenia do rozwiązywania równań kwadratowych zupełnych i niezupełnych
- pojęcie silni
- określenie symbolu Newtona oraz dowodzenie jego podstawowych własności
- trójkąt Pascala
- *dwumian Newtona*

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzory skróconego mnożenia na sześcian sumy i różnicy oraz sumę i różnicę sześcianów
- nauczy się przekształcać wyrażenia algebraiczne
- nauczy się przekształcać wzory, wyliczając z nich zadaną wielkość
- nauczy się rozwiązać równanie kwadratowe zupełne i niezupełne, korzystając ze wzorów skróconego mnożenia
- pozna pojęcie silni
- pozna pojęcie symbolu Newtona i jego własności
- *pozna pojęcie dwumianu Newtona i nauczy się go stosować*

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- planuje i wykonuje obliczenia
- wykonuje działania na wyrażeniach algebraicznych
- stosuje wzory skróconego mnożenia
- podnosi do potęgi liczby rzeczywiste
- wyciąga pierwiastki z liczb rzeczywistych
- oblicza wartości $n!$ oraz $\binom{n}{k}$
- przekształca wyrażenia z silnią
- korzysta z trójkąta Pascala
- *oblicza współczynniki rozwinięcia dwumianu Newtona*
- *korzysta z dwumianu Newtona w rozwiązywaniu zadań*

4. Wektory i przekształcenia

- pojęcie wektora, jego kierunku, zwrotu i długości, równość dwóch wektorów, wektory przeciwne, wektor zaczepiony i swobodny
- suma i różnica wektorów
- iloczyn wektora przez liczbę
- wektory równoległe
- wektory w układzie współrzędnych
- *przekształcenia geometryczne*
- symetria osiowa
- *oś symetrii figury*
- *figury osiowo-symetryczne*

- przesunięcie równoległe o dany wektor
- *kąt skierowany*
- *obrót o kąt skierowany*
- symetria środkowa
- *środek symetrii figury*
- *figury środkowo-symetryczne*

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie wektora zaczepionego oraz swobodnego
- pozna definicję sumy, różnicy dwóch wektorów
- pozna definicję iloczynu wektora przez liczbę
- nauczy się dodawać i odejmować wektory oraz mnożyć wektor przez liczbę (syntetycznie oraz analitycznie)
- pozna pojęcie wektorów równych i przeciwnych
- nauczy się obliczać współrzędne wektora na płaszczyźnie
- *pozna pojęcie przekształcenia geometrycznego*
- pozna pojęcie symetrii osiowej i środkowej
- *nauczy się rozpoznawać figury środkowo-symetryczne i osiowo-symetryczne*
- pozna pojęcie przesunięcia równoległego
- *pozna pojęcie kąta skierowanego i obrotu*
- nauczy się znajdować obraz figury w symetrii osiowej, środkowej, przesunięciu równoległym oraz obrocie

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- porównuje dwa wektory
- wykonuje działania na wektorach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę) w ujęciu analitycznym i syntetycznym
- rozpoznaje wektory równoległe
- przedstawia wektor w postaci kombinacji liniowej dwóch danych wektorów
- oblicza współrzędne wektora
- operuje wektorami w rozwiązywaniu zadań i dowodzeniu twierdzeń
- *stosuje własności izometrii (symetrii, translacji, obrotu) w rozwiązywaniu zadań*
- stosuje własności figur przystających w rozwiązywaniu zadań
- potrafi znaleźć obrazy typowych figur geometrycznych w izometrii
- *rozdzieli figury środkowo-symetryczne i osiowo-symetryczne*
- oblicza współrzędne obrazu punktu w przesunięciu równoległym, symetrii względem osi OX lub OY oraz względem punktu $(0, 0)$.

5. Funkcja i jej własności

- pojęcie funkcji
- sposoby opisywania funkcji
- dziedzina i zbiór wartości funkcji liczbowej
- wykres funkcji
- miejsca zerowe funkcji
- monotoniczność funkcji
- wartość największa i najmniejsza funkcji
- różnowartościowość funkcji

- funkcje parzyste i nieparzyste
- funkcja okresowa
- odczytywanie własności funkcji z wykresu
- przekształcanie wykresów funkcji: przesunięcie wzdłuż osi OX i OY , symetria względem osi OX , OY i punktu $O = (0, 0)$, wykresy funkcji $y = |f(x)|$ oraz $y = f(|x|)$, zmiana skali względem osi OX i OY
- funkcja liniowa i jej własności

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie pojęcie funkcji oraz różne sposoby opisywania funkcji
- przypomni sobie pojęcia: dziedzinę i zbiór wartości funkcji, miejsca zerowe
- pozna pojęcia: funkcja różnowartościowa, parzysta, nieparzysta, monotoniczność funkcji, funkcja okresowa, najmniejsza i największa wartość funkcji
- nauczy się badać na podstawie definicji niektóre własności funkcji: parzystość, nieparzystość, monotoniczność, różnowartościowość
- pozna wykresy niektórych funkcji
- nauczy się odczytywać własności funkcji na podstawie jej wykresu
- nauczy się rysować wykresy funkcji na podstawie jej własności
- mając dany wykres funkcji $y = f(x)$, nauczy się szkicować wykresy funkcji $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = -f(-x)$, $y = f(x - p) + q$, $y = f(k \cdot x)$, $y = k \cdot f(x)$, $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$
- nauczy się zapisywać wzór funkcji otrzymanej w wyniku danego przekształcenia
- nauczy się opisywać za pomocą funkcji zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym
- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej i jej własności
- nauczy się podawać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- rozpoznaje przyporządkowanie, które jest funkcją
- podaje przykład funkcji
- opisuje funkcje za pomocą: wzoru, tabelki, wykresu, grafu oraz opisu słownego
- oblicza wartość funkcji dla zadanego argumentu
- wyznacza liczbę, dla której funkcja przyjmuje określoną wartość
- sporządza wykresy najprostszych funkcji liczbowych
- wyznacza dziedzinę funkcji
- określa zbiór wartości niektórych funkcji – proste przykłady
- oblicza miejsca zerowe funkcji
- odczytuje z wykresu funkcji argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość
- odczytuje z wykresu własności funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, monotoniczność, różnowartościowość, wartość największą i najmniejszą, okresowość, parzystość i nieparzystość, znak funkcji
- rysuje wykresy funkcji na podstawie podanych własności
- bada na podstawie definicji niektóre własności funkcji – monotoniczność, różnowartościowość, parzystość i nieparzystość
- opisuje za pomocą funkcji zależności w przyrodzie, gospodarce i życiu codziennym
- odczytuje i interpretuje informacje z wykresu funkcji oraz wyciąga wnioski dotyczące przebiegu danego zjawiska lub procesu

- przesuwa wykres funkcji o dany wektor
- zapisuje wzór funkcji otrzymanej w wyniku przesunięcia
- na podstawie danego wykresu funkcji $y=f(x)$ sporządza wykresy funkcji: $y=-f(x)$, $y=f(-x)$, $y=-f(-x)$, $y=f(x-p)+q$, $y=f(k \cdot x)$, $y=k \cdot f(x)$, $y=|f(x)|$, $y=f(|x|)$
- zapisuje wzór funkcji otrzymanej w wyniku danego przekształcenia
- sporządza wykres funkcji liniowej
- sporządza wykresy funkcji przedziałami liniowej
- odczytuje własności funkcji liniowej na podstawie jej wykresu
- określa wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu
- znajduje wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach
- udowadnia na podstawie definicji niektóre własności funkcji liniowej – monotoniczność, różnowartościowość
- rozwiązuje zadania dotyczące funkcji liniowej i jej zastosowań

6. Trygonometria

- funkcje trygonometryczne w trójkącie prostokątnym
- pojęcie miary kąta
- funkcje trygonometryczne dowolnego kąta
- znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych
- obliczanie funkcji trygonometrycznych niektórych kątów
- miara łukowa kąta
- funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej
- wzory redukcyjne
- związki między funkcjami trygonometrycznymi
- funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów
- sumy i różnice funkcji trygonometrycznych
- tożsamości trygonometryczne
- wykresy funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens i *cotangens*
- proste równania i nierówności trygonometryczne

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym
- pozna związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego
- nauczy się stosować funkcje trygonometryczne kąta ostrego w zadaniach z geometrii płaskiej
- pozna pojęcie kąta skierowanego
- pozna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
- nauczy się obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dowolnych kątów
- zapozna się z pojęciem miary łukowej kąta
- pozna zależność między miarą łukową i miarą stopniową
- pozna pojęcie funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej
- pozna własności funkcji trygonometrycznych zmiennej rzeczywistej: parzystość, nieparzystość, okresowość
- pozna wzory redukcyjne
- pozna związki między funkcjami trygonometrycznymi
- pozna wzory na funkcje trygonometryczne sumy, różnicy i wielokrotności kątów oraz sumy i różnicy funkcji trygonometrycznych

- pozna pojęcie tożsamości trygonometrycznej
- nauczy się szkicować wykresy funkcji trygonometrycznych
- będzie doskonalił umiejętność przekształcania wykresów funkcji
- pozna własności funkcji trygonometrycznych
- nauczy się rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- oblicza funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- wyznacza miarę kąta, gdy dana jest wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta
- rozwiązuje zadania geometryczne z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- określa znaki funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach układu współrzędnych
- stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego w obliczeniach
- stosuje miarę łukową i stopniową kąta
- potrafi zamienić miarę łukową na miarę stopniową i odwrotnie
- stosuje definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta oraz zmiennej rzeczywistej
- oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
- oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, jeśli jest znana jedna z nich
- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów różniących się od danego o całkowite wielokrotności kąta prostego.
- określa, czy podana funkcja jest parzysta czy nieparzysta
- oblicza okres podanej funkcji
- wyprowadza wzory redukcyjne
- stosuje wzory redukcyjne do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych
- uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi
- stosuje związki między funkcjami trygonometrycznymi w obliczeniach i przekształceniach
- stosuje wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta
- dowodzi tożsamości trygonometryczne
- szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych
- odczytuje z wykresu własności funkcji trygonometrycznych
- przekształca wykresy funkcji trygonometrycznych
- rozwiązuje równania trygonometryczne
- rozwiązuje proste nierówności trygonometryczne

7. Elementy geometrii płaszczyzny

- odległość punktów na płaszczyźnie
- stosunek podziału odcinka
- okrąg i koło
- wzajemne położenie prostej i okręgu
- wzajemne położenie dwóch okręgów na płaszczyźnie: styczne zewnętrznie lub wewnętrznie, rozłączne zewnętrznie lub wewnętrznie, przecinające się
- kąty w kole
- czworokąt wpisany w okrąg
- czworokąt opisany na okręgu
- twierdzenie Talesa

- wnioski z twierdzenia Talesa
- jednokładność
- figury jednokładne
- figury podobne
- cechy podobieństwa trójkątów
- zastosowanie trygonometrii w planimetrii
- twierdzenie sinusów i jego zastosowania
- twierdzenie cosinusów i jego zastosowania

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję odległości na płaszczyźnie
- pozna definicję odcinka
- nauczy się obliczać długość odcinka
- nauczy się obliczać współrzędne środka odcinka
- pozna definicję okręgu oraz koła
- pozna definicję łuku
- nauczy się obliczać długość łuku
- pozna definicję wycinka koła
- pozna równanie okręgu oraz nierówność opisującą koło
- nauczy się obliczać odległość punktu od prostej
- pozna, jakie mogą być wzajemne położenia prostej i okręgu
- pozna, jakie mogą być wzajemne położenia dwóch okręgów na płaszczyźnie
- pozna pojęcie figury wypukłej
- pozna definicję kąta wpisanego i środkowego
- pozna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych
- pozna twierdzenia o kącie między cięciwą i styczną przechodzącą przez koniec cięciwy
- pozna twierdzenia dotyczące czworokąta wpisanego w okrąg oraz opisanego na okręgu
- pozna twierdzenie Talesa
- pozna związek twierdzenia Talesa z podobieństwem
- pozna twierdzenie o linii środkowej w trapezie, wraz z dowodem
- pozna definicję i własności jednokładności
- nauczy się znajdować obraz figury w jednokładności o danym środku i skali
- nauczy się obliczać współrzędne punktów będących obrazami w pewnej jednokładności
- przypomni sobie pojęcie figur podobnych
- pozna twierdzenia dotyczące obwodów i pól figur podobnych
- pozna cechy podobieństwa trójkątów
- pozna twierdzenie o związkach miarowych między odcinkami siecznych i stycznych
- pozna twierdzenie sinusów i jego zastosowania oraz dowód twierdzenia
- nauczy się stosować twierdzenie sinusów do rozwiązywania dowolnych trójkątów
- pozna twierdzenie cosinusów i jego zastosowania oraz dowód twierdzenia
- nauczy się stosować twierdzenie cosinusów do rozwiązywania dowolnych trójkątów

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- oblicza odległość dwóch punktów na płaszczyźnie
- oblicza współrzędne środka odcinka
- oblicza długość okręgu oraz łuku
- oblicza pole koła oraz wycinka koła

- pisze równanie okręgu o danym środku i promieniu
- przedstawia koło za pomocą nierówności z dwiema niewiadomymi
- wyznacza współrzędne środka i długość promienia okręgu o danym równaniu
- oblicza odległość punktu od prostej
- określa wzajemne położenie prostej i okręgu – w ujęciu analitycznym i syntetycznym
- stosuje najmocniejsze twierdzenie geometrii
- określa wzajemne położenie dwóch okręgów na płaszczyźnie – w ujęciu analitycznym i syntetycznym
- wskazuje kąty środkowe i wpisane
- stosuje twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych w zadaniach
- stosuje twierdzenia dotyczące czworokąta wpisanego w okrąg oraz opisanego na okręgu
- konstruuje styczną do okręgu
- stosuje twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa oraz wnioski z twierdzenia Talesa do rozwiązywania zadań
- podaje przykłady figur jednokładnych
- potrafi znaleźć obraz figury w jednokładności
- stwierdza, czy figury są jednokładne i wskazuje środek i skalę jednokładności
- oblicza współrzędne punktów będących obrazami w pewnej jednokładności
- znajduje równania obrazów krzywych w jednokładności
- wskazuje figury podobne
- stosuje twierdzenia dotyczące obwodów i pól figur podobnych
- stosuje cechy podobieństwa trójkątów
- stosuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań geometrycznych
- dowodzi twierdzenie sinusów
- stosuje twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych
- dowodzi twierdzenie cosinusów
- stosuje twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych
- stosuje definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu zadań
- przeprowadza dowody niektórych twierdzeń

Klasa II

1. Równania i nierówności liniowe

- *podstawowe wiadomości o równaniach i nierównościach*
- *równanie liniowe*
- *nierówność liniowa*
- *równanie liniowe z parametrem*
- *równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną – metoda algebraiczna i graficzna*
- *równania i nierówności liniowe – interpretacja graficzna*
- *równanie liniowe z dwiema niewiadomymi*
- *nierówność liniowa z dwiema niewiadomymi*
- *układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi – interpretacja geometryczna*
- *układ oznaczony, nieoznaczony i sprzeczny*
- *metoda wyznaczników rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi*
- *układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi z parametrem*
- *układy trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi*
- *układy nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi*
- *układy równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną*
- *zastosowanie funkcji liniowej do opisywania zjawisk z życia codziennego*

- rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem równań, nierówności oraz układów równań liniowych

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie wiadomości o równaniach i nierównościach
- przypomni sobie pojęcie funkcji liniowej oraz jej własności
- przypomni sobie, jak rozwiązujemy równania i nierówności liniowe
- nauczy się interpretować graficznie równania i nierówności liniowe
- *nauczy się rozwiązywać równania liniowe z parametrem*
- *nauczy się rozwiązywać i interpretować równania i nierówności liniowe z wartością bezwzględną*
- *przypomni sobie metody rozwiązywania układów równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi*
- *pozna metodę wyznaczników rozwiązywania układów równań*
- *nauczy się przeprowadzać dyskusję liczby rozwiązań układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem*
- nauczy się opisywać zbiory za pomocą układów nierówności pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi
- *nauczy się rozwiązywać i interpretować graficznie równania, nierówności oraz układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z wartością bezwzględną*
- nauczy się stosować funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego
- będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych z zastosowaniem równań, nierówności oraz układów równań liniowych

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- rozwiązuje równania liniowe z jedną niewiadomą
- rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą
- *określa liczbę rozwiązań równania liniowego z jedną niewiadomą*
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności liniowych z jedną niewiadomą
- *przeprowadza dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem*
- rozwiązuje *algebraicznie* i graficznie układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi
- *rozwiązuje układy trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi*
- *rozwiązuje układy dwóch równań liniowych z parametrem*
- *określa liczbę rozwiązań układu w zależności od parametru*
- stosuje funkcję liniową do opisu zjawisk z życia codziennego

2. Funkcja kwadratowa

- jednomian stopnia drugiego
- postać ogólna i kanoniczna trójmianu kwadratowego
- miejsca zerowe funkcji kwadratowej
- postać kanoniczna trójmianu kwadratowego
- badanie trójmianu kwadratowego – znajdowanie wartości największej i najmniejszej
- wzory Viète'a i ich zastosowanie
- równania kwadratowe

- nierówności kwadratowe
- równania i nierówności kwadratowe z parametrem
- *równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną*
- zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych
- zastosowanie funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk z życia codziennego
- układy równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję jednomianu drugiego stopnia i jego własności
- pozna definicję funkcji kwadratowej i jej własności
- nauczy się przedstawiać trójmian kwadratowy w postaci ogólnej, kanonicznej, iloczynowej
- nauczy się szkicować wykresy funkcji kwadratowej
- pozna wzory Viète'a i ich zastosowania
- pozna metody rozwiązywania równań i nierówności kwadratowych, i ich interpretację graficzną
- nauczy się rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem
- *nauczy się rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną*
- będzie doskonalił umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych prowadzących do równań i nierówności kwadratowych
- nauczy się znajdować wartość największą i najmniejszą funkcji kwadratowej, także w przedziale domkniętym
- nauczy się rozwiązywać zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem wykresu i własności funkcji kwadratowej
- nauczy się korzystać z własności funkcji kwadratowej do analizowania zjawisk z życia codziennego
- nauczy się przekształcać wykresy funkcji kwadratowej
- nauczy się dowodzić niektóre własności funkcji kwadratowej

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- wyznacza miejsca zerowe funkcji kwadratowej
- przedstawia funkcję kwadratową w różnych postaciach: ogólnej, iloczynowej, kanonicznej
- sporządza wykresy funkcji kwadratowych
- odczytuje własności funkcji kwadratowej z wykresu
- określa przedziały monotoniczności funkcji kwadratowej
- wyznacza wartość największą i najmniejszą funkcji kwadratowej w przedziale
- wykorzystuje własności funkcji kwadratowej i jej wykresu do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych
- rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą
- graficznie rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności kwadratowych z jedną niewiadomą
- stosuje wzory Viète'a
- rozwiązuje równania, nierówności i układy równań drugiego stopnia z *wartością bezwzględną* lub z parametrem
- rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań z dwiema niewiadomymi, z których przynajmniej jedno jest stopnia drugiego

3. Wielomiany

- definicja wielomianu stopnia n jednej zmiennej rzeczywistej, $n \in \mathbb{N}_+$
- równość wielomianów
- dodawanie, odejmowanie, mnożenie wielomianów
- dzielenie wielomianów z resztą
- *schemat Hornera*
- pierwiastek wielomianu
- krotność pierwiastka
- twierdzenie Bézouta i *jego dowód*
- zastosowanie twierdzenia Bézouta
- informacje o liczbie pierwiastków (z uwzględnieniem krotności) wielomianu stopnia n .
- twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych i jego dowód
- zastosowanie twierdzenia o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych
- równania wielomianowe
- wykresy niektórych wielomianów
- nierówności wielomianowe
- zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję wielomianu oraz prawa dotyczące działań na wielomianach
- pozna twierdzenie o równości wielomianów i nauczy się je stosować
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć oraz dzielić wielomiany
- *pozna schemat Hornera*
- pozna sposoby rozkładu wielomianu na czynniki
- nauczy się rozkładać wielomian na czynniki
- pozna pojęcie pierwiastka wielokrotnego wielomianu
- pozna twierdzenie Bézouta i *jego dowód*
- nauczy się stosować twierdzenie Bézouta
- pozna twierdzenie o reszcie i nauczy się je stosować
- pozna twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych i jego dowód, nauczy się je stosować
- nauczy się rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe
- nauczy się rozwiązywać zadania dotyczące wielomianów
- nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- rozpoznaje wielomian jednej zmiennej i określa jego stopień
- wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie) na wielomianach jednej zmiennej
- rozpoznaje wielomiany równe
- wykonuje dzielenie wielomianu przez wielomian
- rozkłada wielomiany na czynniki
- sprawdza, czy liczba jest pierwiastkiem wielomianu
- *dowodzi twierdzenia Bézouta*
- rozkłada wielomiany na czynniki między innymi z wykorzystaniem twierdzenia Bézouta oraz twierdzenia o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych

- rozwiązuje równania wielomianowe
- określa krotność pierwiastka wielomianu
- *rozwiązuje równania, nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną lub z parametrem*
- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych
- rozwiązuje zadania dotyczące wielomianów

4. Funkcja wymierna

- *definicja funkcji wymiernej*
- *dziedzina funkcji wymiernej*
- dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych
- funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$
- *funkcja homograficzna i jej własności*
- równania wymierne
- nierówności wymierne
- zastosowanie wiadomości o funkcji wymiernej w zadaniach
- zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych
- *równania, nierówności oraz układy równań i nierówności wymiernych z wartością bezwzględną lub z parametrem*

Cele edukacyjne

Uczeń:

- *pozna definicję funkcji wymiernej*
- *nauczy się określać dziedzinę funkcji wymiernej*
- nauczy się dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne
- *pozna własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$*
- *pozna definicję funkcji homograficznej i jej własności*
- *nauczy się szkicować wykresy funkcji homograficznych*
- *pozna zasady wykonywania działań na wyrażeniach wymiernych*
- *pozna pojęcia równania i nierówności wymiernej*
- *pozna sposoby rozwiązywania równań i nierówności wymiernych*
- *nauczy się rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych*

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- określa dziedzinę wyrażenia wymiernego
- wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych
- *odróżnia funkcję wymierną od innej funkcji*
- szkicuje wykresy funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$
- określa własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$
- *określa dziedzinę i zbiór wartości funkcji homograficznej*
- *szkicuje wykresy funkcji homograficznej*
- *wyznacza miejsca zerowe funkcji homograficznej*
- *wyznacza przedziały monotoniczności funkcji homograficznej*
- rozwiązuje równania i nierówności związane z funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$
- rozwiązuje równania i nierówności wymierne
- *rozwiązuje równania, nierówności oraz układy równań i nierówności wymiernych z wartością bezwzględną lub z parametrem*

- rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych
- rozwiązuje zadania dotyczące różnych własności funkcji wymiernej

5. Ciągi

- definicja ciągu
- ciąg liczbowy
- ciągi zdefiniowane rekurencyjnie
- *ciągi monotoniczne*
- ciąg arytmetyczny: wzór na wyraz ogólny, suma n wyrazów ciągu arytmetycznego
- ciąg geometryczny: wzór na wyraz ogólny, suma n wyrazów ciągu geometrycznego
- *granica ciągu liczbowego*
- *własności ciągów zbieżnych*
- *ćwiczenia w obliczaniu granic ciągów*
- *szereg geometryczny i jego suma*
- *zamiana ułamka nieskończonego okresowego na ułamek zwykły*
- *ciągi rozbieżne do nieskończoności*
- oprocentowanie lokat i kredytów
- procent prosty i składany

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna definicję ciągu
- pozna sposoby opisywania ciągów liczbowych: wzór ogólny, wzór rekurencyjny, wykres, opis słowny
- *pozna definicję ciągu rosnącego oraz malejącego*
- *nauczy się badać na podstawie definicji monotoniczność ciągu*
- pozna definicję ciągu arytmetycznego
- pozna własności ciągu arytmetycznego
- nauczy się stosować w zadaniach wzory na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego, sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu
- pozna definicję ciągu geometrycznego
- pozna własności ciągu geometrycznego
- nauczy się stosować w zadaniach poznane wzory na n -ty wyraz ciągu geometrycznego, sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu
- *pozna definicję granicy ciągu*
- *nauczy się dowodzić na podstawie definicji granicy ciągu, że dana liczba jest granicą ciągu*
- *pozna własności ciągów zbieżnych*
- *pozna pojęcie szeregu geometrycznego*
- *nauczy się wyznaczać sumę szeregu geometrycznego zbieżnego*
- *nauczy się stosować wiadomości o szeregu geometrycznym w zadaniach*
- *pozna definicję i własności ciągów rozbieżnych do nieskończoności*
- *nauczy się obliczać granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności*
- pozna pojęcie procentu prostego i składanego
- nauczy się obliczać oprocentowanie lokat i kredytów

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- określa ciąg wzorem ogólnym
- wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym

- określa ciąg wzorem rekurencyjnym
- na podstawie określenia rekurencyjnego ciągu podaje wzór na n -ty wyraz tego ciągu
- wyznacza dowolny wyraz ciągu określonego wzorem ogólnym lub rekurencyjnym
- sporządza wykres danego ciągu
- podaje własności ciągu na podstawie jego wykresu
- *bada monotoniczność ciągu*
- bada, czy ciąg jest arytmetyczny
- wyznacza ciąg arytmetyczny na podstawie wskazanych danych
- oblicza sumę n kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego
- stosuje własności ciągu arytmetycznego w zadaniach
- bada, czy ciąg jest geometryczny
- wyznacza ciąg geometryczny na podstawie wskazanych danych
- oblicza sumę n kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego
- stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach
- *podaje przykłady ciągu zbieżnego oraz rozbieżnego*
- *stosuje twierdzenia o granicy sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych do obliczania granic ciągów*
- *bada warunek istnienia sumy szeregu geometrycznego*
- *oblicza sumę szeregu geometrycznego*
- *zamienia ułamek okresowy na zwykły*
- *stosuje w zadaniach wzór na sumę szeregu geometrycznego*
- *oblicza granice niewłaściwe ciągów rozbieżnych do nieskończoności*
- stosuje procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów

6. Elementy geometrii płaszczyzny II

- punkty, proste, półproste, odcinki
- figury wypukłe i wklęsłe
- figury ograniczone i nieograniczone
- kąty
- położenie prostych na płaszczyźnie
- łamana, wielokąt
- trójkąty – klasyfikacja
- przystawanie trójkątów
- środkowe trójkąta
- symetralne w trójkącie
- zależności między bokami i kątami w trójkącie
- nierówność trójkąta
- kąty utworzone przez dwie proste równoległe przecięte trzecią prostą
- suma kątów w trójkącie
- środkowe boków w trójkącie
- symetralne boków w trójkącie
- wysokości w trójkącie
- dwusieczne kątów w trójkącie
- trójkąt wpisany w okrąg i opisany na okręgu
- pole trójkąta
- czworokąty: równoległoboki, trapezy
- pole czworokąta
- wielokąty wpisane w okrąg i opisane na okręgu
- rozwiązywanie zadań z zastosowaniem wiadomości o wielokątach

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie definicje odcinka i półprostej
- pozna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej
- pozna pojęcie figury ograniczonej i nieograniczonej
- przypomni sobie wiadomości o kątach – kąt ostry, prosty, rozwarty, kąty przyległe, wierzchołkowe
- przypomni sobie wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie
- nauczy się obliczać odległość dwóch prostych równoległych
- pozna definicję łamanej i wielokąta
- przypomni sobie podział trójkątów ze względu na boki i ze względu na kąty
- pozna twierdzenia o środkowych w trójkącie i ich dowody
- przypomni sobie cechy przystawiania trójkątów
- pozna twierdzenie o sumie kątów w trójkącie wraz z dowodem
- pozna twierdzenia o symetralnych, dwusiecznych i wysokościach w trójkącie wraz z dowodami
- zapozna się z pojęciem pola figury
- przypomni sobie wzory na pole trójkąta
- pozna nowe wzory na pole trójkąta
- przypomni sobie klasyfikację czworokątów
- uzupełni wiedzę o własnościach czworokątów
- przypomni sobie wzory na pole czworokąta

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- określa własności podstawowych figur płaskich – odcinek, półprosta, prosta, kąt, wielokąt i posługuje się nimi
- określa własności podstawowych figur płaskich – symetralna odcinka, dwusieczna kąta, środkowa w trójkącie, wysokość trójkąta i posługuje się nimi w rozwiązywaniu zadań
- konstruuje okrąg wpisany i opisany na trójkącie
- posługuje się własnościami wielokątów
- stosuje poznane twierdzenia o wielokątach w rozwiązywaniu zadań
- oblicza obwody i pola podstawowych figur płaskich, między innymi z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych
- rozpoznaje wielokąty foremne
- stosuje poznane wzory do obliczania pól figur płaskich
- rozwiązuje zadania z zastosowaniem pól figur płaskich
- stosuje definicje i twierdzenia w rozwiązywaniu zadań
- przeprowadza poprawny dowód twierdzenia

7. Elementy statystyki opisowej

- elementy statystyki opisowej
- średnia arytmetyczna
- średnia ważona
- mediana
- wariancja
- odchylenie standardowe

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcia: średniej ważonej, mediany, wariancji, odchylenia standardowego
- nauczy się stosować poznane pojęcia

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- odczytuje dane z tabel, diagramów i wykresów
- przedstawia dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów
- przeprowadza analizę ilościową przedstawianych danych
- oblicza średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę zbiorów danych
- oblicza wariancję i odchylenie standardowe danej próby
- przetwarza informacje
- przeprowadza analizę jakościową przedstawianych danych

8. Geometria analityczna

- równanie prostej na płaszczyźnie
- półpłaszczyzna – opis za pomocą nierówności
- odległość dwóch prostych równoległych
- okrąg i koło w układzie współrzędnych
- punkty przecięcia prostej z okręgiem i pary okręgów

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna równania prostej w różnych postaciach: ogólnej i kierunkowej
- nauczy się interpretować współczynniki w równaniu kierunkowym prostej
- nauczy się wyznaczać równanie prostej określonej przez dwa punkty o danych współrzędnych
- nauczy się wyznaczać równanie prostej równoległej lub prostopadłej do danej
- nauczy się badać wzajemne położenie prostych
- nauczy się obliczać odległość dwóch prostych równoległych
- przypomni sobie równanie okręgu
- przypomni sobie nierówność opisującą koło
- nauczy się graficznie przedstawiać równania i nierówności drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi: okrąg, koło, suma mnogościowa dwóch prostych lub kątów
- nauczy się obliczać współrzędne wspólnych punktów prostej i okręgu oraz dwóch okręgów
- nauczy się posługiwać równaniem okręgu i prostej w rozwiązywaniu zadań

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- rozpoznaje równanie prostej w postaci ogólnej i kierunkowej
- interpretuje współczynniki w równaniu kierunkowym prostej
- wyznacza równanie prostej określonej przez dwa punkty o danych współrzędnych
- wyznacza równanie prostej równoległej lub prostopadłej do danej
- bada wzajemne położenie prostych w ujęciu analitycznym
- graficznie przedstawia równania i nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi
- zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów określony przez układ nierówności liniowych
- opisuje za pomocą układu nierówności zbiory punktów

- wyznacza odległość dwóch prostych równoległych
- graficznie przedstawia równania oraz nierówności drugiego stopnia z dwiema niewiadomymi – okrąg, koło, sumę mnogościową dwóch prostych, kątów
- oblicza współrzędne wspólnych punktów prostej i okręgu oraz dwóch okręgów
- posługuje się równaniem okręgu i prostej w rozwiązywaniu zadań

Klasa III

1. Stereometria

- proste i płaszczyzny w przestrzeni
- kąt prostej z płaszczyzną
- kąt dwuścienny
- graniastopy i ich siatki
- ostrostopy i ich siatki
- wielościany foremne
- bryły obrotowe: walec, stożek, kula, sfera
- pola powierzchni i objętości brył
- wyznaczanie związków miarowych w bryłach z zastosowaniem trygonometrii

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni
- nauczy się wyznaczać kąt prostej z płaszczyzną
- pozna pojęcie kąta dwuściennego
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o graniastopach
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o ostrostopach
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o wielościanach foremnych
- przypomni sobie i uzupełni wiadomości o bryłach obrotowych
- nauczy się wyznaczać przekroje brył płaszczyznami
- nauczy się obliczać pola i objętości brył z wykorzystaniem funkcji trygonometrycznych

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- określa własności podstawowych figur przestrzennych: graniastopów i ostrostopów
- określa własności brył obrotowych: kuli, walca, stożka
- bada wzajemne położenia prostych i płaszczyzn w przestrzeni
- stosuje pojęcia: kąta dwuściennego, kąta między prostą a płaszczyzną w rozwiązywaniu zadań
- wyznacza pola powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych z zastosowaniem trygonometrii
- oblicza długości krawędzi, wysokości i innych charakterystycznych odcinków w graniastopach, ostrostopach i bryłach obrotowych z zastosowaniem funkcji trygonometrycznych
- wyznacza przekroje płaskie wielościanów
- rozróżnia wielościany foremne
- określa własności wielościanów foremnych
- stosuje własności wielościanów foremnych w rozwiązywaniu zadań

2. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

- powtórzenie wiadomości o potęgze o wykładniku wymiernym
- potęga o wykładniku rzeczywistym

- funkcja wykładnicza i jej własności
- wykres funkcji wykładniczej
- równania wykładnicze
- nierówności wykładnicze
- definicja logarytmu liczby dodatniej
- własności logarytmów
- funkcja logarytmiczna i jej własności
- wykres funkcji logarytmicznej
- równania logarytmiczne
- nierówności logarytmiczne
- *układy równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych*
- zastosowania funkcji logarytmicznej i wykładniczej do opisywania zjawisk z życia codziennego

Cele edukacyjne

Uczeń:

- przypomni sobie twierdzenia dotyczące działań na potęgach o wykładniku wymiernym
- pozna pojęcie potęgi o wykładniku niewymiernym
- będzie doskonalił umiejętność wykonywania działań na potęgach
- pozna pojęcie funkcji wykładniczej
- pozna własności funkcji wykładniczej
- nauczy się szkicować wykres funkcji wykładniczej
- nauczy się rozwiązywać równania wykładnicze
- nauczy się rozwiązywać nierówności wykładnicze
- pozna definicję logarytmu
- pozna własności logarytmu
- nauczy się stosować własności logarytmów w zadaniach
- pozna pojęcie funkcji logarytmicznej
- pozna własności funkcji logarytmicznej
- będzie doskonalił umiejętność przekształcania wykresów funkcji
- nauczy się wyznaczać dziedzinę funkcji logarytmicznej
- nauczy się rozwiązywać równania logarytmiczne
- nauczy się rozwiązywać nierówności logarytmiczne
- *nauczy się rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych*
- zapozna się z zastosowaniami logarytmów w życiu codziennym

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- porównuje potęgi o wykładnikach rzeczywistych
- stosuje własności potęg do przekształcania wyrażeń zawierających potęgi o wykładnikach rzeczywistych
- oblicza logarytm liczby dodatniej
- stosuje własności logarytmów
- posługuje się własnościami funkcji wykładniczych i logarytmicznych
- rozpoznaje funkcję wykładniczą i logarytmiczną
- szkicuje wykresy funkcji wykładniczych i logarytmicznych
- przekształca wykresy funkcji wykładniczych i logarytmicznych
- odczytuje z wykresu własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej
- określa dziedzinę funkcji logarytmicznej

- rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne
- *rozwiązuje układy równań i nierówności wykładniczych i logarytmicznych*

3. Kombinatoryka

- permutacje
- wariacje
- kombinacje

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie permutacji zbioru (z powtórzeniami i bez powtórzeń)
- pozna pojęcia wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń
- pozna pojęcie kombinacji
- pozna wzory na liczbę permutacji z powtórzeniami i bez powtórzeń
- pozna wzory na liczbę wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń
- pozna wzory na liczbę kombinacji
- nauczy się rozwiązywać zadania kombinatoryczne

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- stosuje wzory na liczbę: permutacji, kombinacji oraz wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń
- rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem wzorów kombinatorycznych

4. Rachunek prawdopodobieństwa

- doświadczenia losowe
- zdarzenia elementarne
- zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych
- zdarzenie
- klasyczna definicja prawdopodobieństwa
- rozwiązywanie zadań z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa
- własności prawdopodobieństwa
- rozwiązywanie zadań z zastosowaniem własności prawdopodobieństwa
- *prawdopodobieństwo warunkowe*
- *wzór na prawdopodobieństwo całkowite*
- *niezależność zdarzeń*
- *schemat Bernoulliego*

Cele edukacyjne

Uczeń:

- pozna pojęcie doświadczenia losowego, zdarzenia elementarnego, zdarzenia
- nauczy się określać zbiór zdarzeń elementarnych
- nauczy się obliczać moc zbioru zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń sprzyjających danemu zdarzeniu
- pozna klasyczną definicję prawdopodobieństwa
- nauczy się rozwiązywać zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- pozna aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa
- nauczy się stosować aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań
- pozna własności prawdopodobieństwa

- nauczy się stosować własności prawdopodobieństwa w rozwiązywaniu zadań
- *pozna definicję prawdopodobieństwa warunkowego*
- *pozna wzór na prawdopodobieństwo warunkowe*
- *nauczy się stosować prawdopodobieństwo warunkowe w zadaniach*
- *nauczy się badać niezależność zdarzeń na podstawie definicji*
- *pozna schemat Bernoulliego i nauczy się go stosować*

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- określa skończony zbiór zdarzeń elementarnych doświadczenia losowego
- wyznacza liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu
- oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia losowego na podstawie klasycznej definicji prawdopodobieństwa
- stosuje własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań
- oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych na podstawie definicji klasycznej lub za pomocą drzewa
- *oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych*
- *bada niezależność zdarzeń w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych*
- *stosuje schemat Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa*

5. Ciągłość i pochodna funkcji

- *granica funkcji w punkcie – definicja Heinego*
- *granice jednostronne*
- *granica funkcji w nieskończoności*
- *granica niewłaściwa funkcji*
- *wyznaczanie granic funkcji na końcach przedziałów określoności*
- *funkcja ciągła w punkcie i w zbiorze*
- *własności funkcji ciągłych*
- *iloraz różnicowy funkcji*
- *pochodna funkcji w punkcie*
- *interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie, styczna do wykresu funkcji*
- *funkcja pochodna*
- *związek między ciągłością a różniczkowalnością*
- *działania na pochodnych*
- *związek monotoniczności funkcji ze znakiem pochodnej*
- *ekstrema funkcji*
- *warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej*
- *zastosowania pochodnej do rozwiązywania problemów praktycznych*

Cele edukacyjne

Uczeń:

- *pozna pojęcie granicy funkcji w punkcie*
- *nauczy się obliczać granicę funkcji w punkcie*
- *pozna pojęcie granic jednostronnych*
- *nauczy się obliczać granice jednostronne funkcji*
- *pozna pojęcie granicy funkcji w nieskończoności*
- *nauczy się obliczać granice funkcji w nieskończoności*

- pozna pojęcie granicy niewłaściwej funkcji w punkcie i w nieskończoności
- nauczy się obliczać granicę niewłaściwą w punkcie i w nieskończoności
- pozna definicję funkcji ciągłej w punkcie i w zbiorze
- nauczy się badać ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze
- pozna własności funkcji ciągłej
- pozna pojęcie ilorazu różnicowego
- nauczy się obliczać iloraz różnicowy
- pozna definicję pochodnej funkcji w punkcie i jej interpretację geometryczną
- nauczy się obliczać pochodną funkcji w punkcie na podstawie definicji
- pozna definicję stycznej do wykresu funkcji
- nauczy się wyznaczać równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
- pozna pojęcie funkcji pochodnej
- nauczy się wyprowadzać niektóre wzory na pochodne funkcji
- nauczy się stosować wzory na pochodne funkcji
- nauczy się badać monotoniczność funkcji różniczkowalnej z wykorzystaniem pochodnej
- pozna pojęcie ekstremum funkcji
- pozna warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej
- nauczy się wyznaczać ekstremum funkcji różniczkowalnej
- nauczy się stosować rachunek pochodnych do badania niektórych funkcji i szkicowania ich wykresów
- nauczy się stosować pochodną funkcji do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych

Założone osiągnięcia ucznia

Uczeń:

- oblicza granicę właściwą i niewłaściwą funkcji w punkcie i w nieskończoności
- oblicza granice funkcji na końcach przedziału określoności
- interpretuje granicę geometrycznie
- stosuje twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach funkcji
- bada ciągłość funkcji w punkcie i w zbiorze
- korzysta z ciągłości funkcji przy badaniu własności funkcji oraz rozwiązywaniu równań
- oblicza pochodną funkcji w punkcie na podstawie definicji
- korzysta z geometrycznej interpretacji pochodnej funkcji w punkcie
- wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
- oblicza pochodne wielomianów i funkcji wymiernych
- wyznacza przedziały monotoniczności funkcji różniczkowalnej
- wyznacza ekstrema funkcji
- wyznacza najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale domkniętym
- stosuje pochodną do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych

V. Procedury osiągnięcia celów kształcenia

Realizacja celów nauczania, sformułowanych w podstawie programowej i rozwiniętych w niniejszym programie, wymaga stosowania odpowiednich procedur nauczania. Składają się na nie metody nauczania, sposoby oceniania, środki dydaktyczne i formy pracy z uczniem. Nie ma jednak jednej uniwersalnej metody gwarantującej osiągnięcie sukcesu w nauczaniu matematyki. Nauczyciele, stosując różne metody nauczania, formy pracy, systemy oceniania, osiągają często dobre wyniki nauczania. Bardzo ważnym czynnikiem gwarantującym osiągnięcie dobrych wyników nauczania jest osobowość nauczyciela oraz jego osobiste zaangażowanie.

Uczniowie rozpoczynający naukę w liceum mają za sobą dziewięcioletni okres nauczania szkolnego i ukształtowane pewne nawyki postępowania oraz sposoby osiągania sukcesów. W szkołach ponadgimnazjalnych mamy do czynienia z uczniami inteligentnymi, pracującymi systematycznie, jak i tymi, którzy uczą się pamięciowo lub są mało zdolni. Należy jednak każdemu uczniowi umożliwić dalszy rozwój, motywując go do nauki oraz wskazując różne możliwości i sposoby uczenia się. Trzeba w praktyce stosować zasadę stopniowania trudności i uwzględniać przy tym możliwości i zainteresowania uczniów.

Edukację w liceum rozpoczynamy od powtórzenia i rozszerzenia wiadomości o liczbach rzeczywistych. Taki układ treści spowoduje, że rozpoczęcie nauki w liceum będzie mniej stresujące dla ucznia.

Matematyka uczy logicznego myślenia, precyzyjnego formułowania wniosków. Realizacja niniejszego programu umożliwi rozwiązywanie ciekawych problemów. Uczeń, analizując sytuacje problemowe, nauczy się podawać opis matematyczny danej sytuacji, dobierać odpowiedni algorytm, stosować definicje i twierdzenia do rozwiązywania problemów. Zadania tekstowe pozwolą na doskonalenie umiejętności czytania ze zrozumieniem oraz przetwarzania informacji zawartych w tekście. Uczeń będzie miał możliwość nauczenia się właściwej interpretacji treści zadania, zapisywania warunków i zależności między obiektami matematycznymi, analizy otrzymanych wyników. Przykłady zaczerpnięte z życia codziennego pozwolą uczniowi dostrzec prawidłowości matematyczne w otaczającym świecie. Nauczy się budowania modeli matematycznych dla różnorodnych sytuacji oraz ich wykorzystania do rozwiązywania problemów praktycznych. We współczesnym świecie niezbędna jest umiejętność posługiwania się tabelami, wykresami i diagramami. Kształtowanie tych umiejętności umożliwi realizacja tegoż programu w każdym dziale, w szczególności przy omawianiu takiej tematyki, jak zbiory, procenty, elementy statystyki, własności funkcji. Na lekcjach uczeń nauczy się zdobywania, porządkowania, analizowania i opisu zjawisk z różnych dziedzin życia.

Podczas lekcji statystyki opisowej uczeń zdobędzie umiejętność przeprowadzania analizy jakościowej przedstawianych danych. Elementy analizy matematycznej umożliwią realizację zagadnień optymalizacyjnych ważnych ze względu na zastosowania matematyki w życiu codziennym.

Bardzo ważne jest kształtowanie odpowiednich postaw uczniów. Należy wymagać samodzielności w rozwiązywaniu problemów, odpowiedzialności za powierzone zadania. Podczas lekcji należy zwracać uwagę na kulturę dyskusji, umiejętność pracy w grupach, umiejętność komunikacji, argumentowania, jasnego przedstawienia własnych wniosków.

Osiąganie założonych celów jest możliwe dzięki stosowaniu na lekcjach matematyki różnorodnych form pracy z uczniem. Ma to urozmaicić lekcje, ale także zmotywować młodzież do pracy. Tradycyjne formy pracy z uczniem to:

- wykład (prezentacja materiału przez nauczyciela), bardzo ważne jest staranne przygotowanie wykładu, pomocne może być wykorzystanie rzutnika;
- pogadanka;
- praca z podręcznikiem lub innymi źródłami informacji (encyklopedia, Internet, prasa), wdraża do samodzielnego uczenia się, kształtuje umiejętność czytania ze zrozumieniem, analizowania i wnioskowania, samodzielnego zbierania informacji, ich przetwarzania i opracowywania – uczniowie mogą samodzielnie przygotowywać referaty;
- lekcje ćwiczeniowe – rozwiązywanie zadań jest niezbędnym elementem uczenia się matematyki.

Do metod aktywizujących zaliczają się:

- praca w grupach – kształtuje postawę odpowiedzialności za wszystkich, uczy współpracy w zespole, odpowiedniego podziału ról, umiejętności komunikowania się;
- metoda projektu – uczy samodzielności oraz współdziałania w grupie, organizacji pracy, uczniowie zdobywają umiejętność samokształcenia i samodzielnego wyszukiwania informacji;
- uczestnictwo w kołach matematycznych, konkursach matematycznych.

W nauczaniu matematyki bardzo ważne jest ugruntowanie pojęć, dlatego temu zagadnieniu warto poświęcić na lekcjach więcej czasu. Jeżeli istnieje w szkole taka możliwość, należy korzystać na lekcjach matematyki z nowoczesnych technik informacji – komputerów, Internetu, kalkulatorów.

VI. Metody oceny osiągnięć uczniów

Jednym z czynników, który ma duży wpływ na wyniki nauczania, jest sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów. Częste i systematyczne dokonywanie oceny pomaga na bieżąco kontrolować postępy ucznia w nauce, gromadzić informacje o stopniu opanowania przez niego wiedzy i umiejętności wymaganych w programie. Pomaga ono również nauczycielowi w sprawdzaniu, czy zastosował właściwe metody nauczania, czy dostosował tempo realizacji programu do możliwości percepcyjnych ucznia. Dzięki częstej ocenie także rodzice ucznia są na bieżąco informowani o osiągniętych przez niego wynikach.

Ocenianiu powinna podlegać nie tylko **wiedza i umiejętności** zdobyte przez ucznia, ale także jego **postawa i zaangażowanie** w zdobywanie wiedzy. Ocena ma informować ucznia o czynionych przez niego postępach oraz uświadczać mu, z czym ma jeszcze problemy, i ostatecznie zachęcać go do dalszej pracy. To dlatego tak ważne jest, by była rzetelna i obiektywna oraz dokonywana jak najszybciej, tuż po sprawdzeniu wiadomości lub umiejętności, a także opatrzona czytelnym dla ucznia komentarzem.

System oceniania powinien być zawarty w przedmiotowym systemie oceniania, stanowiącym część wewnątrzszkolnego systemu oceniania. Ważne jest, aby uczeń został poinformowany o stosowanych na lekcjach matematyki zasadach oceniania już na początku roku szkolnego. Sam system zaś powinien być dla ucznia jasny i czytelny.

Sprawdzenie osiągnięć uczniów można zaś realizować poprzez ocenianie:

- odpowiedzi ustnych;
- kartkówek (obejmujących realizowany aktualnie materiał, na bieżąco informujących o postępach w nauce);
- testów z zadaniami zamkniętymi lub otwartymi;
- prac klasowych (zapowiadanych wcześniej, obejmujących większy zakres materiału).

Ocenie podlegać powinny także:

- prace domowe,
- projekty,
- praca w grupach,
- aktywność na lekcji,
- udział w konkursach przedmiotowych.

Zwykle przyjmuje się, że poszczególnym ocenom odpowiadają poniższe przedziały określające stopień wiadomości i umiejętności ucznia:

- 0–29% – ocena niedostateczna,
- 30–49% – ocena dopuszczająca,
- 50–74% – ocena dostateczna,
- 75–89% – ocena dobra,
- 90–97% – ocena bardzo dobra,
- 98–100% – ocena celująca.

Podczas ustalania ocen śródrocznych oraz rocznych nie należy brać średniej z ocen uzyskiwanych przez ucznia w trakcie roku szkolnego, gdyż znaczenie ocen z różnych form kontroli jest różne. Nauczyciel powinien brać pod uwagę stopień opanowania danych treści lub umiejętności, zwracając przy tym uwagę na zrozumienie pojęcia, znajomość oraz umiejętność stosowania definicji i twierdzeń, podawanie przykładów i kontrprzykładów, posługiwanie się językiem matematycznym. Ocena powinna także uwzględniać indywidualne możliwości ucznia, jego zdolności oraz zaangażowanie.

NOTATKI

NOTATKI

NOTATKI